

I CONGRESO IBEROAMERICANO DE DOCENTES

CONGRESO VIRTUAL DEL 26 NOVIEMBRE AL 08 DICIEMBRE DE 2018

ALGECIRAS (CÁDIZ) DEL 06 AL 08 DICIEMBRE DE 2018

Actas del Congreso Iberoamericano de Docentes

Problematización de la relación Aritmética –
Álgebra: análisis de prácticas propias en la
formación docente.

María E. Ferrocchio

María Eugenia Ferrocchio

Claudina Canter

Ana Carolina Bovio

Nora Margarita Zon

Silvia Etchegaray

Mabel Etchegaray

Alicia Fernández

Silvia Lucero

Denice Velia Possetto

ISBN: 978-84-948417-0-5

Edita **Asociación Formación IB.**

Coordinación editorial: **Joaquín Asenjo Pérez, Óscar Macías Álvarez, Patricia Ávalo Ortega y Yoel Yucra Beisaga**

Año de edición: **2018**

Presidente del Comité Científico: **César Bernal.**

El I Congreso Iberoamericano de Docentes se ha celebrado organizado conjuntamente por la Universidad de Cádiz y la Asociación Formación IB con el apoyo del Ayuntamiento de Algeciras y la Asociación Diverciencia entre otras instituciones.

<http://congreso.formacionib.org>



red
iberoamericana
de docentes



formaciónib))

Problematización de la relación Aritmética – Álgebra: análisis de prácticas propias en la formación docente.

María Eugenia Ferrocchio - eferrocchio@hotmail.com
Claudina Canter - cualiale@yahoo.com.ar
Ana Carolina Bovio - anitabovio@hotmail.com
Nora Margarita Zon - nzon@exa.unrc.edu.ar
Silvia Etchegaray - setchegaray@exa.unrc.edu.ar
Mabel Etchegaray - familiaetchegaray1@arnet.com.ar
Alicia Fernández - adfernandez08@hotmail.com
Silvia Lucero - silviamlucero@yahoo.com.ar
Denice Velia Possetto - denicevpossetto@hotmail.com

Resumen

Este trabajo es el emergente de un Proyecto Mixto e Integrado de Investigación Educativa conformado por docentes de cuatro Institutos Superiores de Formación Docente (ISFD) de la región sur de la provincia de Córdoba y docentes de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC). En este marco se han reunido esfuerzos, saberes y experiencias para compartir un espacio de estudio, análisis y producción conjunta en torno a una problemática compartida en el área de Matemática y Didáctica de la Matemática: **la transición de la aritmética al álgebra**, en tanto “objeto a enseñar” y “objeto a aprender” en la formación inicial de los futuros docentes. En este trabajo se pretende compartir el desarrollo de la misma, los resultados obtenidos y cómo ellos aportan a “mirar” las propias prácticas docentes.

Introducción.

El Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba (Argentina) y UNRC realizaron un convenio a fin de concretar y sostener una política interinstitucional que aporte a la integración del Sistema de Educación Superior. El presente trabajo es producto de un Proyecto Mixto e Integrado de Investigación Educativa (PROMIIE 2015-2017) conformado por docentes de cuatro ISFD y docentes de la UNRC, en el que se lograron puntos de encuentro y un marco de referencia común desde el cual se entiende que los objetos matemáticos se “transforman” con la mirada de la enseñanza y que es necesario plantear en el aula de formación una matemática “viva”, en la que dichas prácticas se constituyan en oportunidad de producción de conocimiento. Se definió una problemática de enseñanza compartida en el área de Matemática y Didáctica de la Matemática: **la transición de la aritmética al álgebra**, en tanto “objeto a enseñar” y “objeto a aprender” en la formación inicial de los futuros docentes. Algunos de los interrogantes que guiaron el avance de esta investigación fueron: ¿Qué lugar ocupa la dialéctica aritmética – álgebra en las propuestas curriculares del profesorado de Educación Primaria y del profesorado en Matemática? ¿Qué significados se construyen en torno a la transición aritmética – álgebra en los espacios de Matemática y Práctica Docente de los profesorados? ¿Cuáles son las dimensiones que debemos tener en cuenta que posibilitan el análisis de dichas relaciones? ¿Qué saberes se construyen en torno a la transición aritmética-álgebra en algunas aulas del

Profesorado de Educación Primaria y del Profesorado en Matemática de la UNRC? ¿Qué tipo de situaciones problemas se desarrollan? ¿En qué espacios curriculares?

A lo largo del proyecto se indagó sobre cómo vive dicha problemática en las propuestas curriculares, se recuperaron y analizaron los significados que “circulan” en cada una de las instituciones y, como emergente del proceso, se logró sintetizar algunos aspectos de prácticas propias que merecen ser revisados. En este trabajo, se centrará la mirada en estos últimos dos aspectos, intentando mostrar cómo el transitar por una experiencia de investigación que plantea como objeto de estudio las propias prácticas docentes, permite “mirarnos” y significar –en la formación inicial de profesores- la potencialidad de discutir/analizar/problematizar el trabajo algebraico como un proceso de transformación de la Aritmética.

Marco Teórico-Metodológico.

El principal referente teórico tenido en cuenta es el Enfoque Ontosemiótico sobre la Cognición Matemática (EOS) el cual asume una mirada sistémica y compleja ante la problemática de la enseñanza de la matemática y la formación de los profesores. En diversos trabajos, Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Godino, 2004; Contreras, Font, Luque y Ordóñez, 2005; Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Font y Wilhelmi, 2006; Godino, 2011, Godino 2014) han elaborado un sistema de nociones teóricas y categorías sobre la naturaleza, origen y significado de los objetos matemáticos desde una perspectiva educativa, tratando de articular de manera coherente las dimensiones epistémica (significados institucionales o socioculturales), cognitiva (significados personales, psicológicos o individuales) y curricular (interaccional, mediacional y ecológica). Con estas herramientas conceptuales metodológicas se consideró pertinente abordar el problema institucional, curricular y metodológico de la presente investigación. Además se enriqueció la indagación, con el relevamiento de actuales estudios que han permitido evaluar conocimientos didáctico-matemáticos de estudiantes de profesorado de Educación Primaria sobre razonamiento algebraico elemental (J.D Godino, Lillia Aké, Ángel Contreras, Carmen Díaz, Antonio Estepa, Teresa Blanco, 2015)

Este trabajo se orientó bajo una perspectiva crítica-interpretativa. El análisis documental y de respuestas a un cuestionario resultó fundamental para obtener datos posibles de analizar y decodificar pensando en que brindarían información sobre prácticas propias “reales” y “situadas”. En este sentido, la manera sobre cómo los estudiantes del profesorado de Educación Primaria y del profesorado en Matemática junto a docentes de escuelas asociadas a los ISFD están concibiendo la problemática indagada, fue posible de recuperar a partir del siguiente instrumento elaborado ad hoc y mediante un abordaje cualitativo de las respuestas obtenidas:

1. *¿Cómo significaría usted la transición entre Aritmética y Álgebra? O ¿qué significado le otorga a la frase “transición entre Aritmética y Álgebra?”*
2. *¿Cómo representaría esa transición?*
3. *Evoque alguna actividad en la que considere que se trabaja esta transición.*

Este instrumento fue elaborado teniendo en cuenta que no se pretende evaluar todas las categorías de conocimientos didácticos- matemáticos del razonamiento algebraico elemental, sino algunas consideradas relevantes para este estudio y que se pueden evaluar mediante respuestas que los sujetos que integran la población de estudio den por escrito. Con la primera pregunta se pretende “levantar” lo que se entiende a partir del “modo de decir” de los sujetos, en la segunda hacer explícito un ostensivo que atrape la dimensión sintáctica de su significado personal y en la tercera hacer explícito un “significado personal pragmático”, o sea asociado a

prácticas ligadas a la resolución de problemas.

Es importante especificar que la elección de las diferentes poblaciones intentan recuperar significados contextuales diferentes de la problemática indagada. Específicamente, los estudiantes del Profesorado de Educación Primaria y del Profesorado en Matemática fueron seleccionados para ayudar a comprender cómo funciona la relación en las instituciones formadoras entre la Didáctica y la Matemática, y a su vez permitió analizar las propias prácticas docentes como formadores dado el rol que ocupan en sus respectivas instituciones los integrantes de este Proyecto. Mientras que, los docentes de primer y segundo ciclo de escuelas asociadas a los ISFD, fueron considerados en este estudio ya que complementan el equipo de la Práctica Docente en los ISFD.

Resultados obtenidos

A partir del estudio y discusión sobre los datos obtenidos fue posible determinar dos niveles de análisis, dentro de los cuales se construyeron categorías -a posteriori- producto de la interpretación de los mismos. Específicamente, a partir de las dos primeras preguntas del instrumento se intentó recuperar los “decires” sobre la transición, ambas preguntas intentan “atrapar” desde lo discursivo y lo representacional dos planos diferentes (lo semántico y lo sintáctico) de la problemática indagada, pues es sabido que para la Matemática son los ostensivos particulares los que representan la síntesis sintáctica de lo que se habla y se entiende; la interpretación de estas respuestas da lugar al primer nivel de análisis (“**decires**” sobre la **transición**). Por otra parte, las respuestas a la última pregunta del instrumento, que ponen al descubierto la dimensión pragmática del conocimiento matemático en cuestión, fueron analizadas en relación a las dos primeras permitiendo caracterizar el **nivel de coherencia** (escaso, parcial o total) entre lo que se “dice”, lo que se “representa” y el tipo de problemas que se asocian a la transición; lo que constituye el segundo nivel de análisis.

A continuación se comparte una síntesis correspondiente al primer nivel de análisis, el cual se ilustrará a partir de citar algunas voces¹ que permitan entender cómo las diferentes relaciones que están a la base de las respuestas de los docentes y estudiantes entrevistados permiten determinar y caracterizar las categorías y subcategorías definidas. En este marco, los diferentes universos empíricos, en tanto contextos generadores de significados, permitieron establecer dos grandes tipos de categorías diferenciadas por el entramado de relaciones emergentes de estos dos planos que se tuvieron en cuenta para la elaboración del instrumento, las que llamamos: *la transición como “pasaje” o “cambio” de objetos* y *la transición como “transformación” de procesos*.

1. La transición como “pasaje” o “cambio” de objetos.

Se habla de “pasaje” cuando sólo se menciona el cambio de un objeto por otro; ya sea un lenguaje por otro lenguaje (un número a letra) o el cambio del número a la letra pero haciendo hincapié en la función del número y de la letra. Es decir, diciendo por ejemplo que se cambia el número por la incógnita o la variable.

Las respuestas que refieren al primer caso, se agrupan en la subcategoría *pasaje de lenguaje*; mientras que las respuestas centradas en el cambio del funcionamiento de los objetos, se agrupan en la subcategoría *pasaje en la funcionalidad de los objetos* y como siempre suele

¹ En negrita se remarcan -en las voces seleccionadas- ciertas palabras que fueron consideradas claves para la determinación de pertenencia a cada categoría.

sucedan en estos tipos de análisis cualitativos, existen respuestas que basculan entre ambas subcategorías o entre la última subcategoría y la segunda categoría.

1.1 Pasaje de lenguaje.

Algunas de las respuestas que dan origen a esta subcategoría, plantean respuestas como:

“No sé cómo explicar el paso de una a otra (...) la aritmética estudia los números y las operaciones básicas, mientras que el álgebra toma esas operaciones y las generaliza reemplazando los números por letras.”

En este caso, es posible observar en una primera instancia que se plantea cierta “ambigüedad” ya que se habla de “paso” y al mismo tiempo se plantea que el Álgebra generaliza operaciones. Sin embargo, ante la segunda pregunta se explicita:

“Aritmética: $1+2=3$

Álgebra: $A+B=C$

*Las dos representan lo mismo, pero en la primera cada número posee ese valor, no podrá tomar otro. Mientras que en álgebra **cada letra podrá tomar cualquier valor imaginable**”*

La representación solicitada permite determinar que las letras sólo son usadas como *arithmos*, o sea reemplazando a un número. Es importante destacar la importancia de este tipo de análisis que asocia ambos planos, el semántico y el sintáctico, ya que si se observa sólo la representación $A+B=C$, independientemente de lo discursivo, se podría pensar que es el planteo de una relación y no en el igual como identidad o resultado, tal como es expresado en este caso.

1.2 Pasaje en la funcionalidad de los objetos.

Esta subcategoría, emerge a partir de respuestas como:

*“En aritmética los signos piden hacer una operación, en cambio en álgebra **los signos son parte de una variable**”*

A partir de esta explicación es posible observar que se plantea un cambio en la función de los objetos ya que en Aritmética los signos indican que hay que “hacer” las operaciones lo que podría interpretarse como la búsqueda de resultados, mientras que en el Álgebra ellos “*son parte de una variable*”.

En el mismo cuestionario, al plantearse la respuesta a la segunda pregunta, explicita:

“Dicha transición la haría trabajando con ecuaciones, por ejemplo $3x+2=3y$ donde las letras son incógnitas.”

Es posible observar aquí que la representación que se propone es compatible con el tipo de explicación que se plantea lo que permite afirmar que se está caracterizando a la transición en términos de un cambio en la función de los objetos.

2 La transición como *transformación*.

Se habla de transformación cuando se identifica la importancia de desarrollar procesos (de generalización, de descontextualización, de materialización, etc.) en el contexto aritmético. El tipo de respuestas que le dan origen a esta nueva categoría son:

*“Pienso que la transición entre aritmética y álgebra, hace referencia a la **utilización de algún nuevo proceso**, que me permita trabajar inicialmente con tareas cuya resolución sea utilizando operaciones aritméticas. Estableciendo seguidamente, situaciones en la que la resolución haya que establecer relaciones entre la aritmética y el álgebra, es decir, que obligue a trabajar con expresiones algebraicas. Poder resolver problemas de este tipo, permiten ver cómo es posible establecer modelos a partir de la utilización de métodos aritméticos, cuyos **modelos podrán ser descontextualizados** para utilizarlos en caso de que sean necesarios”.*

Esta respuesta, sumada a la representación planteada en la cual se reconoce explícitamente el proceso de descontextualización como parte del mega proceso de modelización matemática, pone en evidencia que se plantea la necesidad de la transformación de procesos como un modo de “ver” y “entender” la producción Matemática.

Conclusiones.

A partir de la posibilidad de mirar prácticas propias, de poner en palabras los problemas identificados en ellas, de construir un marco de referencia compartido, no sólo permitió definir una problemática de enseñanza común en el área de la matemática y su enseñanza, sino que habilitó la circulación democrática de conocimientos, valores y estrategias que tensionan prácticas educativas concretas y situadas. En este sentido, se entiende que la participación en los PROMIIE permite construir un nuevo espacio de producción de conocimiento generando formas diferentes y más dinámicas de vinculación con el saber e instalando en las instituciones un **“aula móvil de investigación”**.

Con este proyecto se logró sintetizar algunos aspectos relacionados con la problemática analizada. Se pudo identificar que muchos de los estudiantes o profesores de las escuelas asociadas significan la relación entre el aritmética y el álgebra como un **“pasaje” o “cambio” de objetos**. Es probable que esta concepción está vinculada con las experiencias en torno a la problemática que han tenido en su trayectoria escolar y profesional. Es necesario planificar un trabajo en todas las instituciones que participan de este estudio que contribuya a repensar las conceptualizaciones acerca la relación entre el aritmética y el álgebra ya mencionada.

A partir de estos nuevos marcos referenciales institucionales y contextuales es posible plantear una propuesta para el aula, que permitiría poner en tensión y discusión la potencialidad del trabajo algebraico como transformación de la Aritmética, permitiendo aspirar a transformaciones concretas en las aulas de formación.

Referencias Bibliográficas

CONTRERAS, A., FONT, V., LUQUE, L. y ORDÓÑEZ, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25(2), 151–186.

GODINO, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22, (2/3): 237–284

GODINO J. D (2004) fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Publicación realizada en el marco del Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología. Granada, España

GODINO, J. D. (2011). *Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil.

GODINO, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Universidad de Granada. Disponible en: http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/síntesis_ES_24 agosto 14.pdf

GODINO J. D., AKÉ L., CONTRERAS A., DÍAZ C., ESTEPA A., BLANCO T. (2015). *Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos didácticos-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental*. Publicado en la revista *Enseñanza de las ciencias*. 33.1 Pág. 127-150

GODINO, J. D. y BATANERO, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.

GODINO, J. D., CONTRERAS, A. y FONT, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26 (1), 39-88.

GODINO, J. D., FONT, V. y WILHELMI, M. R. (2006). *Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, nº especial, 131-155

TRANSICIÓN ARITMÉTICA ÁLGEBRA



Como "objeto a enseñar" y "objeto a aprender" en la formación inicial de los futuros docentes.

Significados que "circulan" en las instituciones involucradas.

ESPACIO DE ENCUENTRO Y PRODUCCIÓN COMPARTIDA EN TORNO A UNA PROBLEMÁTICA COMÚN.

← CONSTITUCIÓN DE UN

PROYECTO MIXTO E INTEGRADO DE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

(Formado por cuatro Institutos Superiores de Formación Docente y la Universidad Nacional de Río Cuarto).

PRIMER NIVEL DE ANÁLISIS

DECIRES SOBRE LA TRANSICIÓN

PASAJE DE LENGUAJE

Cambio de un objeto por otro.
Por ejemplo: Un número a letra.

PASAJE EN LA FUNCIONALIDAD DE LOS OBJETOS

Cambio de un objeto por otro, pero haciendo hincapié en la función del mismo.
Por ejemplo: Un número por una incógnita, variable, etc.

TRANSFORMACIÓN

Desarrollo de procesos.
Por ejemplo: Generalización, descontextualización, materialización, etc.

PROBLEMATIZACIÓN DE LA RELACIÓN ARITMÉTICA - ÁLGEBRA

.....
Análisis de prácticas propias en la formación docente

SEGUNDO NIVEL DE ANÁLISIS

COHERENCIA

Entre este "entender" la transición y las situaciones problemáticas que se asocian a ella.

TOTAL

PARCIAL

ESCASA

En general, se plantean problemas de "mayor" potencialidad epistémica que la explicitada discursivamente.

NECESIDAD DE RECUPERAR, EN LAS AULAS DE FORMACIÓN, PRÁCTICAS MATEMÁTICAS POTENTES PARA EL ABORDAJE DE LA PROBLEMÁTICA Y EXPLICITAR DICHO POTENCIAL PARA LA PRODUCCIÓN DE CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS.

AUTORES

María Eugenia Ferrocchio (eferrocchio@hotmail.com - Escuela Normal Superior "José Manuel Estrada", Alcira Gigena, Córdoba, Argentina)
Nora Margarita Zon (nzon@exa.unrc.edu.ar - Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto, Córdoba, Argentina)
Silvia Etchegaray (setchegaray@exa.unrc.edu.ar - Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto, Córdoba, Argentina)
Ana Carolina Bovio (anitabovio@hotmail.com - Universidad Nacional de Río Cuarto, Río Cuarto, Córdoba, Argentina)
Claudina Canter (cualiale@yahoo.com.ar - Escuela Normal Superior "Justo José de Urquiza", Río Cuarto, Córdoba, Argentina)

Mabel Etchegaray (familiaetchegaray1@arnet.com.ar - Escuela Normal Superior "Justo José de Urquiza", Río Cuarto, Córdoba, Argentina)
Denice Velia Possetto (denicevpossetto@hotmail.com - Instituto Superior "Juan Cinotto", Sampacho, Córdoba, Argentina)
Silvia Lucero (silviamlucero@yahoo.com.ar - Instituto "Jerónimo Luis de Cabrera", General Cabrera, Córdoba, Argentina)
Alicia Fernández (adfernandez08@hotmail.com - Instituto "Jerónimo Luis de Cabrera", General Cabrera, Córdoba, Argentina)