Actas del Congreso Iberoamericano de Docentes

La descomposición mereológica para determinar la medida del área de figuras geométricas

Isela Patricia Borja Rueda

Verónica Neira Fernández

ISBN: 978-84-948417-0-5

Edita **Asociación Formación IB**.

Coordinación editorial: **Joaquín Asenjo Pérez, Óscar Macías Álvarez, Patricia Ávalo Ortega y Yoel Yucra Beisaga**

Año de edición: **2018**

Presidente del Comité Científico: **César Bernal.**

El I Congreso Iberoamericano de Docentes se ha celebrado organizado conjuntamente por la Universidad de Cádiz y la Asociación Formación IB con el apoyo del Ayuntamiento de Algeciras y la Asociación Diverciencia entre otras instituciones.

http://congreso.formacionib.org

red iberoamericana de docentes

UCA Universidad de Cádiz

formaciónib

LA DESCOMPOSICIÓN MEREOLÓGICA PARA DETERMINAR LA MEDIDA DEL ÁREA DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

Isela Patricia Borja Rueda, I.E. Andahuasi Perú, iselaborja@gmail.com
Verónica Neira Fernández, Pontificia Universidad Católica del Perú, vneira@pucp.pe

Resumen

Esta comunicación de investigación es parte de la tesis de maestría (Borja, 2015). En la cual, estudiantes del segundo grado de educación secundaria (12 a 15 años) de una institución educativa pública de la Región Lima del Perú, según la Teoría de Registros de Representación Semiótica realizan la descomposición mereológica de tipo heterogénea al descomponer figuras geométricas como el triángulo y trapecio, que a su vez están en una malla cuadriculada, en unidades figurales de formas diferentes para reagruparlas en una nueva figura geométrica y así puedan determinar la medida de sus áreas en función al cuadrado de la cuadrícula considerado como unidad de área. Cabe señalar que, para reagrupar estas unidades figurales diferentes se realiza la operación de reconfiguración. Asimismo, se presenta el contraste entre el análisis a priori y el análisis a posteriori, según la metodología de la Ingeniería Didáctica, es decir, entre lo que se esperaba que realicen los estudiantes al realizar la descomposición mereológica de tipo heterogénea y la operación de reconfiguración con los resultados obtenidos para determinar la medida del área de las figuras mencionadas.

Palabras claves: Descomposición mereológica, medida del área, figuras geométricas.

Introducción

Douady y Perrin-Glorian (1987) mencionan que los inconvenientes que presentan los estudiantes con relación a la medida del área se deben al uso prematuro de las fórmulas. En vista de esta situación, Borja (2015) desarrolla una investigación con estudiantes del segundo grado de educación secundaria con edades comprendidas entre los 12 a 15 años de edad, de la Institución Educativa “Andahuasi”, a través del desarrollo de una secuencia de actividades. Sin embargo, para la presente comunicación nos referiremos a la Actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada, la cual consistió en realizar modificaciones mereológicas a figuras geométricas como el triángulo y el trapecio, las cuales se encontraban en una cuadrícula, para luego realizar la operación de reconfiguración con las sub-figuras obtenidas de la descomposición y así obtener un nueva figura geométrica diferente a la figura inicial, que permitiera realizar el conteo de cuadrados completos de la malla cuadricula y así determinar la medida del área de dichas figuras geométricas en base al cuadrado de la cuadrícula considerado como una unidad de área arbitraria. Esta investigación fue en base a aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (2004) y de la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995) como metodología de la investigación cualitativa.

Aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica

Duval (2004), representante de la Teoría de Registros de Representación Semiótica, menciona que para aprender matemáticas se requiere de las representaciones que son expresadas a través de signos, figuras geométricas, etc. y cuando estas representaciones semióticas cuentan con tres actividades cognitivas como la formación, el tratamiento y la conversión, estas representaciones se denominan registros.

Además, Duval (2004) indica que son cuatro los registros de representación semiótica que movilizan las matemáticas: el registro de lengua natural, el registro algebraico, el registro figural y el registro gráfico. En esta oportunidad nos referiremos al registro figural

que permite designar a las figuras y sus propiedades. Según, Duval (1994) hay cuatro maneras de aprehender este registro en geometría: la aprehensión perceptiva, la aprehensión discursiva, la aprehensión secuencial y la aprehensión operatoria. Esta última es cuando el estudiante realiza modificaciones en la figura como la mereológica, que consiste en fraccionar en varias sub-figuras a la figura inicial a través de la descomposición.
Al respecto, Duval (2005) manifiesta que se puede realizar tres tipos de descomposición mereológica en la figura geométrica: la descomposición estrictamente homogénea, descomposición homogénea y la descomposición heterogénea. Pero, en este trabajo nos referiremos a la descomposición heterogénea que se da en la figura cuando obtenemos unidades figurales de formas diferentes entre ellas (Figura 1).

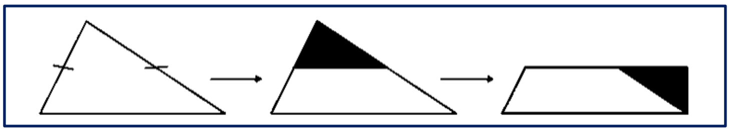
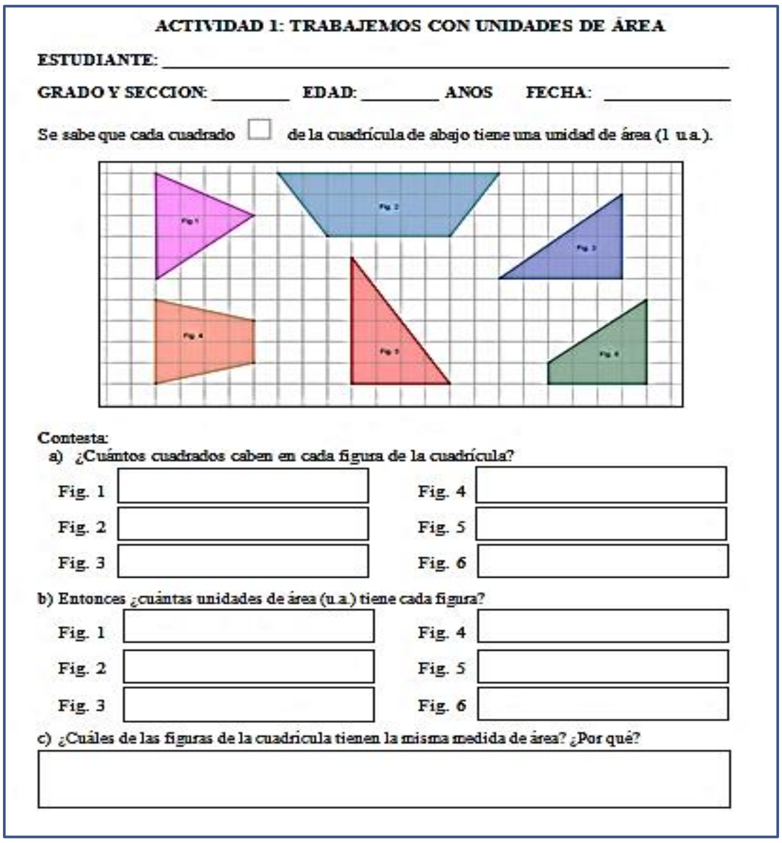


Figura 1. Descomposición heterogénea
Fuente: Duval (2005, p. 22)

Luego, de la descomposición se reagrupan las sub-figuras obtenidas a través de la operación de reconfiguración que consiste en reorganizar una o varias de estas sub-figuras obtenidas en otra figura. Además, un soporte perceptivo como la cuadrícula de fondo en la cual se encuentre la figura geométrica (Duval 2004), puede contribuir a la descomposición de la figura como veremos más adelante.

Aspectos de la Ingeniería Didáctica

En la investigación cualitativa de Borja (2015) se utilizó como metodología aspectos de la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995), la cual se caracteriza por ser experimental basada en una secuencia de actividades desarrolladas en clase por los estudiantes. Actividades que deben ser planificadas, implementadas, observadas y analizadas, cuya validación se obtiene al confrontar el análisis a priori, es decir, los comportamientos esperados por los estudiantes con el análisis a posteriori que vienen a ser los resultados obtenidos en la fase experimental.
Sin embargo, en esta comunicación nos referiremos a figuras geométricas como el triángulo identificado como Fig. 3 y el trapecio identificado como Fig. 6 de la actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada. La cual, tuvo como objetivo reconfigurar las figuras geométricas, que están en una malla cuadriculada, en rectángulos para determinar la medida de sus áreas.
Es así que, se entregó a los estudiantes los siguientes recursos: ficha de dicha actividad (Figura 2), lápiz 2B, borrador, lapicero y regla de 30 cm, para que de manera individual los estudiantes obtengan sub-figuras de formas diferentes entre ellas, es decir, realicen la descomposición mereológica de tipo heterogénea, para luego a través de la operación de reconfiguración completen los cuadrados de la cuadrícula y puedan contar los cuadrados completos al formar la nueva figura geométrica, para contestar los ítems de la ficha, pero que en este trabajo nos referiremos a los ítems a) y b), ya que corresponden al objetivo de la presente comunicación.



ACTIVIDAD 1: TRABAJEMOS CON UNIDADES DE ÁREA

ESTUDIANTE: ____

GRADO Y SECCION: ________ EDAD: ________ AÑOS FECHA: ____________

Se sabe que cada cuadrado ☐ de la cuadrícula de abajo tiene una unidad de área (1 u.a.).

Contesta:

a) ¿Cuántos cuadrados caben en cada figura de la cuadrícula?

Fig. 1		Fig. 4	
Fig. 2		Fig. 5	
Fig. 3		Fig. 6	

b) Entonces ¿cuántas unidades de área (u.a.) tiene cada figura?

Fig. 1		Fig. 4	
Fig. 2		Fig. 5	
Fig. 3		Fig. 6	

c) ¿Cuáles de las figuras de la cuadrícula tienen la misma medida de área? ¿Por qué?

Figura 2. Actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada
Fuente: Borja (2015, p. 49)

Análisis a priori

Según, Borja (2015) en la Fig. 3 que corresponde al triángulo rectángulo de la Actividad 1, se espera que los estudiantes realicen un trazo en el interior del triángulo rectángulo como se observa en la reconfiguración inicial (Figura 3), para descomponer la figura geométrica en dos sub-figuras heterogéneas: un triángulo y un trapecio, ambos rectángulos. Luego, trasladen el triángulo rectángulo, como indica la flecha, hacia el lado que no es paralelo ni perpendicular del trapecio rectángulo donde los cuadrados de la malla cuadriculada, considerados como unidad de área, queden completados y formen un rectángulo de diez cuadrados de unidad de área, es decir, logren reconfigurar la figura inicial en un rectángulo, según se observa en la reconfiguración final.

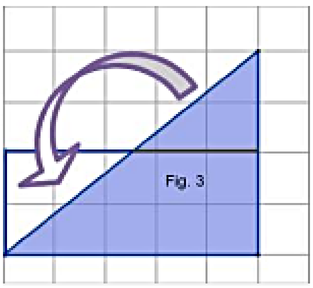
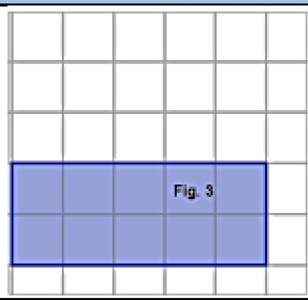
Reconfiguración Inicial	Reconfiguración Final
	

Figura 3. Posible descomposición mereológica y reconfiguración del triángulo
Fuente: Borja (2015, p. 51)

Mientras que, la Fig. 6 que corresponde al trapecio rectángulo (Figura 4), se espera según Borja (2015), que los estudiantes realicen con el lápiz tres trazos en el interior del trapecio rectángulo. Trasladen un pequeño triángulo como indica la flecha anaranjada y formen un rectángulo de dos cuadrados completos. Después, por aprehensión perceptiva identifiquen que en la parte superior del rectángulo de dos cuadrados completos hay un triángulo rectángulo que se puede trasladar para formar un rectángulo con ocho cuadrados completos, según indica la flecha verde. Por último, trasladen el rectángulo de dos cuadrados, es decir de dos unidades de área, hacia el lado derecho del rectángulo con ocho cuadrados de unidad de área, según indica la flecha roja y obtener un rectángulo de diez cuadrados de unidad de área, como se observa en la reconfiguración final.

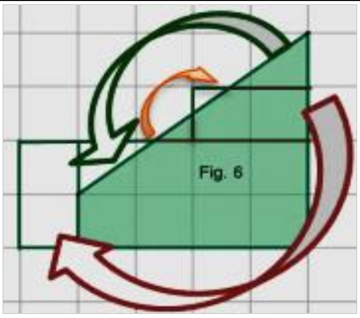
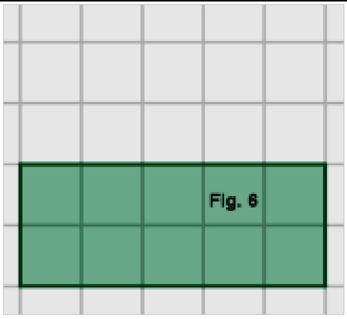
Reconfiguración Inicial	Reconfiguración Final
	

Figura 4. Posible descomposición mereológica y reconfiguración del trapecio
Fuente: Borja (2015, p. 52)

Luego, realicen el conteo de los cuadrados completos y respondan los siguientes ítems a) ¿Cuántos cuadrados caben en cada figura de la cuadrícula? y b) Entonces, ¿cuántas unidades de área (u.a.) tiene cada figura? en función al cuadrado de la malla cuadriculada considerado como una unidad de área arbitraria (Tabla 1).

Tabla 1. Respuestas de los ítems a) y b) de la Fig. 3 y Fig. 6

a)	**¿Cuántos cuadrados caben en cada figura de la cuadrícula?**			
	Fig. 3	10	**Fig. 6**	10
b)	**Entonces ¿cuántas unidades de área (u.a.) tiene cada figura?**			
	Fig. 3	10 u.a.	**Fig. 6**	10 u.a.

Fuente: Adaptado de Borja (2015, p. 53)

Análisis a posteriori

En este análisis consideraremos lo realizado por las estudiantes Melisa y Viviana. Es así que, la estudiante Melissa realizó la aprehensión operatoria de modificación mereológica de descomposición heterogénea y transformó el triángulo rectángulo identificado como Fig. 3 en un rectángulo, a través de la operación de reconfiguración. Pero, a diferencia de lo previsto en el a priori, ella realizó más descomposiciones mereológicas en esta figura geométrica, porque obtuvo cuatro sub-figuras: un triángulo, un cuadrado y dos trapecios rectángulos (Figura 5).

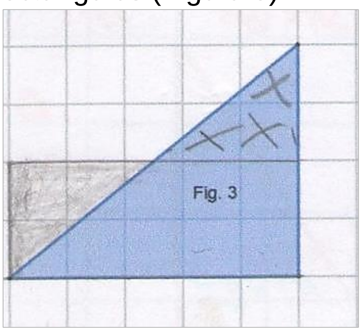


Figura 5. Descomposición mereológica del triángulo rectángulo
Fuente: Adaptado de Borja (2015, p. 54)

En cuanto, a la estudiante Viviana, realizó la modificación mereológica de tipo heterogénea al trapecio rectángulo porque obtuvo un triángulo, un pentágono y un hexágono. Las cuales fueron menos sub-figuras de las previstas en el a priori, según los trazos hechos a lápiz por la estudiante (Figura 6). Luego, realizó la modificación posicional al trasladar dos de estas sub-figuras que son el triángulo y el pentágono hacia el exterior de la figura inicial, según indica las flechas que trazó y forma un hexágono cóncavo, al realizar la operación de reconfiguración y obtiene una figura geométrica que no se esperaba.

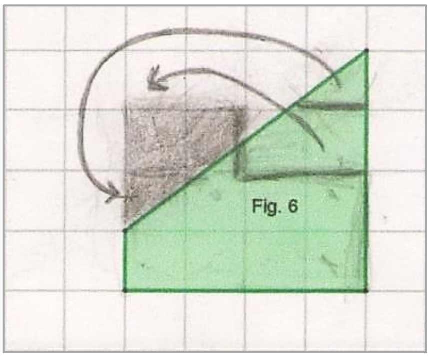


Figura 6. Descomposición mereológica del trapecio rectángulo
Fuente: Adaptado de Borja (2015, p. 57)

Posteriormente, Borja (2015), indica que ambas estudiantes responden a los ítems a) y b) de la actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada, al realizar la estrategia del conteo, según lo previsto en el a priori (Tabla 2).

Tabla 2. Respuestas de las estudiantes a los ítems a) y b) de la Fig. 3 y Fig. 6

c)	**¿Cuántos cuadrados caben en cada figura de la cuadrícula?**			
	Fig. 3	10	**Fig. 6**	10
d)	**Entonces ¿cuántas unidades de área (u.a.) tiene cada figura?**			
	Fig. 3	10 u.a.	**Fig. 6**	10 u.a

Fuente: Adaptado de Borja (2015, pp. 55 y 58)

Validación de la Actividad 1 en relación al triángulo y al trapecio

De la confrontación del análisis a priori con el análisis a posteriori percibimos que los estudiantes del segundo grado de secundaria lograron determinar la medida del área de figuras geométricas como el triángulo y el trapecio a partir de la descomposición mereológica de tipo heterogénea y la reconfiguración de dichos objetos matemáticos.
Sin embargo, se obtuvo sub-figuras geométricas en cantidad y formas diferentes a las previstas, pensamos que se debe a la presencia del soporte perceptivo que cumplió la malla cuadriculada por los trazos a lápiz en base a las líneas de la cuadrícula realizado por los estudiantes.
Podemos afirmar que se puede obtener más de una nueva figura geométrica diferente a la figura inicial y que a su vez tengan la misma medida de área, como sucedió al realizar la descomposición mereológica y la reconfiguración al trapecio rectángulo, ya que se esperaba formar un rectángulo con 10 u.a. como medida de área, pero en cambio se obtuvo un hexágono con dicha medida de área.

Consideraciones Finales

Podemos concluir manifestando que para determinar la medida del área de una figura geométrica no siempre es a través del uso de una fórmula matemática
Esperamos dar nuestra contribución al aprendizaje de los estudiantes en el tema en cuestión e incentivar otros estudios de este tema en las investigaciones de la Educación Matemática.

Agradecimientos
La presente comunicación ha sido posible gracias a los conocimientos brindados en la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
Asimismo, al Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo (PRONABEC) que, mediante su beca "Presidente de la República", permitió seguir estudios en la Pontificia Universidad Católica del Perú.
A los grupos de investigación Didáctica de las Matemáticas DIMAT- IREM/PUCP y Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática - PEAMAT de la PUC-SP/Brasil, por permitirnos formar parte del proyecto "Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT".

Referencias
Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje del cálculo.* Bogotá, Colombia. Editorial Iberoamérica.
Borja, I. (2015). *Reconfiguración del trapecio para determinar la medida del área de dicho objeto matemático con estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria.* (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Perú. Disponible en http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/123456789/6659
Douady, R. & Perrin-Glorian, M. (1987). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. Cahier de didactique des mathematiques.37. IREM Université Paris 7. Recuperado de: http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/publications/IPS00015.pdf
Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. Repères-IREM, (17), pp. 121-138. Recuperado de http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/17_article_119.pdf
Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano.* (Myriam Vega, trad). Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática (Obra original publicada en 1999).
Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Repères-IREM 10*, pp. 5-53. Recuperado de https://mathinfo.unistra.fr/fileadmin/upload/IREM/Publications/Annales_didactique/vol_10/adsc10-2005_001.pdf