I CONGRESO IBEROAMERICANO DE DOCENTES

CONGRESO VIRTUAL DEL 26 NOVIEMBRE AL 08 DICIEMBRE DE 2018

ALGECIRAS (CÁDIZ) DEL 06 AL 08 DICIEMBRE DE 2018

Actas del Congreso Iberoamericano de Docentes

Intertextualidad y producción de sentido en la lectura/transformación de textos algebraicos

Juan Manuel Córdoba Medina

Eugenio Filloy Yagüe

ISBN: 978-84-948417-0-5 Artículo 2228

ISBN: 978-84-948417-0-5

Edita **Asociación Formación IB**.

Coordinación editorial: **Joaquín Asenjo Pérez, Óscar Macías Álvarez, Patricia Ávalo Ortega y Yoel Yucra Beisaga**

Año de edición: **2018**

Presidente del Comité Científico: **César Bernal.**

El I Congreso Iberoamericano de Docentes se ha celebrado organizado conjuntamente por la Universidad de Cádiz y la Asociación Formación IB con el apoyo del Ayuntamiento de Algeciras y la Asociación Diverciencia entre otras instituciones.

http://congreso.formacionib.org

red iberoamericana de docentes

UCA Universidad de Cádiz

formaciónib

Intertextualidad y producción de sentido en la lectura/transformación de textos algebraicos

Juan Manuel Córdoba Medina y Eugenio Filloy Yagüe
Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN
juancordoba1974@gmail.com / smmeef@aol.com

Se presenta un estudio empírico cualitativo sobre cómo los estudiantes de secundaria de entre 13 y 15 años de edad logran ser "usuarios competentes" del Sistema Matemático de Signos Algebraico, al respecto, es común que los profesores identifiquen que sus estudiantes tengan dificultades para reconocer las estructuras subyacentes a las expresiones aritméticas o algebraicas por lo que aún no son capaces de poder leer ciertos textos matemáticos que implican el reconocimiento de su estructura superficial de manera correcta y distinguir las transformaciones permitidas de las que no lo son (Filloy, E. & Córdoba, J., 2013). Se analizaron actos de lectura/transformación de textos que forman parte de un espacio textual determinado: "Modelación y resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita" mediante el uso de un puzzle algebraico (Larrubia, 2006); de sintaxis algebraica con lápiz y papel y con CAS (Computer Algebra Systems) utilizando los comandos *solve* y *factor* de una calculadora simbólica.

La investigación tuvo como marco teórico y metodológico a los Modelos Teóricos Locales (MTL). Filloy (1999) refiere que un modelo teórico local está constituido por un conjunto de afirmaciones que al tomarlas como referencia, sirven para describir y explicar un fenómeno, de observar situaciones de enseñanza y aprendizaje utilizando para ello la noción de Sistema Matemático de Signos (SMS) a fin de describir el significado matemático formal y el pragmático dentro de los procesos de comunicación y producción de sentido; el diseño de un MTL debe contemplar cuatro componentes interrelacionados. Para cada uno se requiere diseñar su correspondiente modelo: 1) De enseñanza, 2) De los Procesos Cognitivos, 3) De Competencia Formal, 4) De Comunicación.

Con respecto a qué entender por intertextualidad, Filloy, Rojano y Puig (2008) afirman que un intertexto es el que ofrece las posibilidades de lectura de un texto, que vienen dadas por todos los textos con los que ese texto está relacionado en una cultura, o una comunidad. La noción semiótica de intertextualidad en el campo de la educación matemática tiene aplicación cuando los estudiantes hacen uso de los SMS para resolver las ecuaciones propuestas con base en el reconocimiento de su estructura superficial, es decir, de las expresiones algebraicas que la forman. En Puig (2003a) se considera que es un tópico referirse a las expresiones algebraicas como "lenguaje simbólico"; por ejemplo, cuando se habla de poner un problema en ecuaciones, se describe usualmente como "paso del lenguaje natural al lenguaje simbólico". Sin embargo, si usamos la terminología de Peirce, las expresiones algebraicas no son símbolos, sino que son iconos, aunque parezca extraño a primera vista.

> Veamos cómo lo explica el propio Pierce: [...] una formula algebraica es un icono, que ha sido convertido en tal mediante las reglas de conmutación, asociación y distribución de los símbolos. Puede parecer a primera vista que es una clasificación arbitraria llamar icono a una expresión algebraica, que podría igualmente o más adecuadamente ser considerada como un signo convencional [simbolo] compuesto. Más no es así. Porque una gran propiedad distintiva de los iconos es que mediante su observación directa se pueden descubrir otras verdades concernientes a su objeto que no son las que bastan para determinar su construcción. [...] Esta capacidad de revelar una verdad inesperada es precisamente aquello en que consiste la utilidad de las fórmulas algebraicas, por lo cual el carácter icónico es el predominante (Peirce, 1987, p. 263).

Es así como, Puig (2003a) afirma que "las expresiones algebraicas son iconos y esto es lo que precisamente las hace poderosas, ya que como signos tienen las propiedades que tienen sus objetos. Ahora bien, las letras de las expresiones algebraicas tomadas aisladamente no son iconos sino índices, cada letra es índice de una cantidad, tampoco son símbolos. Si la expresión algebraica es el resultado de la traducción del enunciado verbal de un problema aritmético-algebraico, cada letra concreta está representando una cantidad concreta como resultado de la convención que ha establecido quien ha hecho la traducción, pero cada letra se refiere a una cantidad aun cuando no haya interpretante ya que un interpretante cualquiera que no éste al corriente de la convención establecida asignará las letras a las cantidades adecuadas, ya que la expresión algebraica en su conjunto va a exigir que se asigne a cada una la cantidad correspondiente. ¿No hay símbolos entonces en las expresiones algebraicas? Sí. Los signos $+, -, \times, =, \ldots$ son símbolos en el sentido de Peirce. Las expresiones algebraicas son un ejemplo de la imbricación de los tres tipos de signos en las escrituras matemáticas: las letras son índices, los signos $+, -, \times, =, \ldots$son símbolos y la expresión globalmente considerada es un icono".

Por otra parte, semiosis es un término que, Peirce tomó del filósofo Filodemo (este último considera que la semiosis es una inferencia a partir de signos). Por semiosis Peirce se refiere a una acción o influencia que es o involucra una cooperación de tres elementos: el signo, su objeto y su interpretante. La semiosis es una experiencia vital que hace cada uno "en todo momento", y la semiótica es la teoría de ese proceso vital. De ahí que, para Peirce, la semiótica es la lógica de la semiosis, es la "doctrina cuasi-necesaria o formal de los signos" (Elizondo, 2012; p. 26). El punto de partida de la inferencia semiótica es el signo o representamen, al que Peirce define como algo que está para alguien en alguna manera y que crea en la mente de esa persona un signo equivalente, o tal vez un signo más desarrollado. A ese signo que ha sido creado es al que Peirce llama el interpretante del primer signo. Y el signo está por algo, por su objeto; esta función dual hizo que Peirce empleara el término signo al hablar de signo en acción, y representamen al analizar los componentes de la semiosis. (Elizondo, 2012; p. 27).

Así, los componentes formales de la semiosis son el representamen, el interpretante y el objeto, con respecto a este último Beuchot (2014, p. 18) menciona que "Peirce lo llama objeto inmediato para distinguirlo del objeto fuera del signo o mejor dicho de la semiosis, y que él llama objeto dinámico", dicho de otra manera, el objeto inmediato es el objeto según la representación que de él hace el signo, mientras que el objeto dinámico es la realidad misma, que determina de alguna manera al signo en su representación.

En la tesis doctoral de Córdoba (2016) se describen tres niveles de competencia de uso del SMS del álgebra (bajo, intermedio y alto) además de tres tipos de estratos de intertextualidad identificados en los procesos de semiosis cuando a los sujetos de estudio durante las entrevistas clínicas con enseñanza se les pide resolver algún problema mediante el planteamiento y resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita; aquí se exponen características generales:

a) Lectura/escritura de textos en una red de relaciones textuales (1EI): Se refiere a los actos de lectura/escritura de textos algebraicos que hace un lector concreto con base en una red de relaciones textuales derivadas de sus experiencias matemática y lingüística previas; en particular en este estudio, se observaron tres niveles de competencia de uso del SMS2 de los aprendices cuando se le pide resolver ecuaciones de segundo grado con una incógnita.

b) Lectura/transformación de la estructura superficial de textos algebraicos (2EI): Se refiere a la manera en que los aprendices resuelven las ecuaciones dadas con base en el reconocimiento de su estructura superficial (ecuaciones de segundo grado con una incógnita completas o bien de tipo incompletas) y decidir cómo ha de resolverla (ya sea con el uso del puzzle algebraico para su modelación, o con procedimientos algebraicos utilizando lápiz y papel o bien con el uso del CAS de la calculadora simbólica). Las transformaciones algebraicas, se realizan entre un texto algebraico y otro texto algebraico en el nivel de la expresión algebraica, para ello se requiere que el aprendiz sea capaz de identificar la estructura superficial de la ecuación y así transformarla en su forma canónica.

c) Lectura/traducción/transformación de textos en la resolución algebraica de problemas mediante ecuaciones de segundo grado con una incógnita (3EI): Se refiere a la resolución algebraica de problemas, para ello es común que se recurra al uso del método cartesiano, definido como el proceso de poner un problema en ecuaciones, en el cual hay implicados dos tipos de producción de textos algebraicos, el proceso de traducción y las transformaciones algebraicas (ya definidas en 2EI). El proceso de traducción, se refiere al paso entre dos lenguajes que son distintos no sólo por la naturaleza de sus signos, sino porque el lenguaje del álgebra sólo tiene como contenido cantidades y relaciones aritméticas entre ellas, la lectura analítica forma parte de este proceso creando un texto intermedio en lenguaje natural, cuyo contenido es sólo una red de cantidades y relaciones.

- Para dar cuenta del segundo tipo de estrato de intertextualidad (2EI) referido a la "Lectura/transformación de la estructura superficial de textos algebraicos", se presenta el caso de Rene (Re), a este aprendiz se le ubico en un nivel alto de la competencia de uso del SMS del álgebra, en el siguiente episodio de entrevista clínica con enseñanza se observa cómo al final el sujeto de estudio logra producir sentido respecto a la equivalencia entre la ecuación dada ($x^2 - 8x + 16 = 0$) y la ecuación que se obtenida al modelarla utilizando el puzzle algebraico (por primera ocasión) aun cuando él en repetidas ocasiones demostró ser competente en la resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita utilizando procedimientos algebraicos con lápiz y papel.

L	I	Diálogo durante la entrevista
[1]	E:	Ítem: REG205→ $x^2 - 8x + 16 = 0$ Ahora por favor utilizando las piezas del puzzle algebraico, representa el trinomio del primer miembro de la ecuación dada.
[2]	Re:	Sí profesor. (El aprendiz comienza con la representación del trinomio $x^2 - 8x + 16$ utilizando las piezas del puzzle algebraico y al momento de terminar expresa con emoción…) ¡Ya le entendí profesor!
[3]	E:	¿Qué es lo que ya entendiste?
[4]	Re:	Ya entendí porque la factorización del trinomio $x^2 - 8x + 16$ que es el primer miembro de la ecuación $x^2 - 8x + 16 = 0$, representa el producto de las dimensiones del cuadrado que se formó. (Rene utilizando las piezas del puzzle algebraico modela la ecuación dada como se muestra en la figura 1.

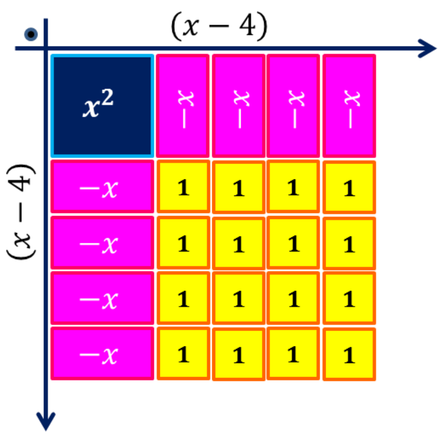

Fig.1 Modelación de la ecuación $x^2 - 8x + 16 = 0$

[5] E: ¡Explícame por favor a qué te refieres!

[6] Re: Pues el producto de las dimensiones del cuadrado, es la factorización del trinomio que me pidió resolver. (Se queda pensando y luego expresa…)
Entonces la ecuación $x^2 - 8x + 16 = 0$ es equivalente con la ecuación que se obtiene del producto de las medidas de los lados $(x-4)\,(x-4) = 0$

[7] E: ¡Muy bien René!, entonces si las dos ecuaciones son equivalentes, utilizando la ecuación $(x-4)(x-4) = 0$, ¿cuál es el valor de las raíces de ambas ecuaciones?

[8] Re: (Contesta de inmediato)
Las raíces tienen el valor de cuatro

[9] E: ¿Y por qué sabes que es cuatro?

[10] Re: Porque al igualar cada binomio del primer miembro con cero, nos quedan dos ecuaciones de primer grado y al despejar la incógnita me quedaría cuatro.

[11] E: ¡Muy bien Rene, gracias!

Se observó que el aprendiz realizó una lectura y resolución algebraica correcta de las ecuaciones, que ya no requeriría de modelar la ecuación y que reconoce sin dificultad su estructura superficial, lo cual le permite transformarla (de ser necesario a su forma canónica: $ax^2 \pm bx \pm c = 0$) y después transformarla a su forma factorizada para terminar de resolverla $(x \pm a)(x \pm b) = 0$, utilizando el criterio de los productos nulos, es decir, encontrar los valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad de la ecuación, al final realizar la comprobación correspondiente ya sea con lápiz y papel o con CAS.

Conclusiones

Con respecto al Modelo de Enseñanza utilizado, podemos afirmar que sus características potencian procesos de semiosis, la intertextualidad y la producción de sentido cuando a los sujetos de estudio durante las entrevistas clínicas con enseñanza se les pide resolver algún problema mediante el planteamiento y resolución de ecuaciones de segundo grado con una incógnita, las transformaciones algebraicas requeridas tienen sentido no es sí mismas, sino por la posibilidad que ofrecen de mostrar que distintas expresiones pueden representar una misma situación, los estudiantes requieren aprender a manipular y operar con expresiones algebraicas no solo siguiendo reglas aprendidas de forma mecánica, sino profundizar más en los procesos de lectura/transformación de textos y la consecuente producción de sentido de parte de mismos, diseñando espacios textuales que les permita evolucionar en la construcción de la sintaxis algebraica utilizando el método cartesiano, a partir del uso de sus intertextos personales durante los procesos de semiosis.

Referencias Bibliográficas

Córdoba, J. (2016). Intertextualidad y producción de sentido en la lectura/transformación de textos algebraicos en la enseñanza/aprendizaje en secundaria. Tesis doctoral inédita. Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV, México.

Beuchot, M. (2014). Charles Sanders Peirce: Semiótica, iconicidad y analogía. Editorial Herder. México, D.F.

Elizondo, J. (2012). Signo en acción. El origen común de la semiótica y el pragmatismo. Paidós Comunicación. México. D.F.

Filloy, Yagüe E. (1999). Aspectos Teóricos del Álgebra Educativa. Investigaciones en Matemática Educativa. Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Filloy, E. & Córdoba, J. (2013). La intertextualidad en el uso competente del sistema matemático de signos algebraico/Intertextuality in the competent use of mathematical system of algebraic signs. In Preciado Babb, A.P., Solares Rojas, A., Sandoval Cáceres, I.T., & Butto Zarzar, C. (Eds.). Procedings of the Forts Meeting between the National Pedagogic University and the Faculty of Education of the University of Calgary, pp. 127-132. Calgary, Canada.

Filloy, E. Rojano T., & Puig L. (2008). Educational Algebra: A Theoritical and Empirical Approach. USA. Editorial Springer.

Larrubia, J. J. (2006). Modelo Didáctico Inclusivo para atender a la diversidad sordo-oyentes en el aula ordinaria de Matemáticas. El caso de la resolución de ecuaciones de segundo grado en la ESO. Tesis Doctoral. Universidad de Málaga.

Peirce, C. S. (1978). Collected Papers (1931-1966), Cambridge, Belknap Press, vol. 8.

Puig, L. (2003a). Signos, textos y sistemas matemáticos de signos. En E. Filloy (Ed.) Matemática Educativa: aspectos de la investigación actual (pp. 174-186). México, DF: Fondo de Cultura Económica / CINVESTAV.