# I CONGRESO IBEROAMERICANO DE DOCENTES

CONGRESO VIRTUAL DEL 26 NOVIEMBRE AL 08 DICIEMBRE DE 2018

ALGECIRAS (CÁDIZ) DEL 06 AL 08 DICIEMBRE DE 2018

Actas del Congreso Iberoamericano de Docentes

# Obstáculos en la solución de problemas de optimización

Raúl Prada Núñez

César Augusto Hernández Suárez

José Leonardo Jácome Carrascal

ISBN: 978-84-948417-0-5

Edita **Asociación Formación IB**.

Coordinación editorial: **Joaquín Asenjo Pérez, Óscar Macías Álvarez, Patricia Ávalo Ortega y Yoel Yucra Beisaga**

Año de edición: **2018**

Presidente del Comité Científico: **César Bernal.**

El I Congreso Iberoamericano de Docentes se ha celebrado organizado conjuntamente por la Universidad de Cádiz y la Asociación Formación IB con el apoyo del Ayuntamiento de Algeciras y la Asociación Diverciencia entre otras instituciones.

http://congreso.formacionib.org

red iberoamericana de docentes

UCA Universidad de Cádiz

formaciónib

# OBSTÁCULOS EN LA SOLUCIÓNDE PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN[1]

Raúl Prada Núñez, Universidad Francisco de Paula Santander, raulprada@ufps.edu.co
César Augusto Hernández Suárez, Universidad Francisco de Paula Santander, cesaraugusto@ufps.edu.co
José Leonardo Jácome Carrascal, Universidad Francisco de Paula Santander, jose.jacome@ufps.edu.co

**Resumen**

Diversas investigaciones han concluido que los procesos de enseñanza tradicional no propenden por el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas a través de la modelación matemática, a pesar de ser una exigencia para la educación básica y media mencionada en el documento de Lineamientos Curriculares en Matemáticas emanado por el Ministerio de Educación Nacional. Estas dificultades terminan haciéndose más evidentes al ingresar a la educación superior y enfrentar el curso de Cálculo Diferencial dónde hay un apartado a la solución de problemas de optimización como aplicación de la derivada. Con ésta investigación se identificaron las principales dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas de optimización.

**Palabras Clave**: Modelado matemático, problemas de optimización.

## Introducción

Los conocimientos matemáticos son estudiados en todos los países del mundo y son abordados desde la educación inicial hasta la educación superior, luego es la base del desarrollo del pensamiento lógico y la argumentación matemática, aspectos esenciales en la formación de todo ser humano. En el caso particular de Colombia, los resultados obtenidos en Matemáticas por los estudiantes en diversas pruebas internacionales muestran un panorama preocupante, por ejemplo los informes PISA (**P**rogramme for **I**nternational **S**tudent **A**ssessment) en los años 2003, 2006, 2009 y 2012 o el informe en pruebas TIMSS (**T**rends in **I**nternational **M**athematics and **S**cience **S**tudy) de los años 2011 y 2014, evidencian resultados por debajo de la media y en especial, con la resolución de problemas. En las investigaciones realizadas por Castro (2008), Puig (2008) y Santos (2007) sugieren que la resolución de problemas debería ser uno de los ejes principales de la actividad matemática por ser el medio adecuado dónde se demuestre el aprendizaje matemático. Los autores afirman que a pesar de que se ha aumentado significativamente la inclusión de la resolución de problemas en los currículos escolares no se evidencian resultados positivos, luego es un tema que despierta el interés de los investigadores en educación matemática.

Ante la gran variedad de definiciones encontradas en las diversas investigaciones sobre ¿qué implica la resolución de problemas?, se destaca lo afirmado por Schoenfeld (1992) respecto al significado del término *resolución de problemas*:

> …ha servido como un paraguas bajo el cual se realiza radicalmente diferentes tipos de investigación. Una exigencia mínima debe ser requerimiento de facto que cada estudio o discusión de la resolución de problemas se acompañe de una definición operacional del término y ejemplos de lo que significa para el autor…Gran confusión emerge cuando el mismo término se refiere a una multitud de algunas veces contradictorios comportamientos típicamente no especificados (p. 363-364).

[1] Producto derivado de Proyecto Financiado por la UFPS mediante contrato FINU N°014-2017

Puig (1996) caracteriza el proceso de resolución como "la actividad mental y manifiesta que desarrolla el resolutor desde el momento en que, presentándole un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea" (p. 31). Pero lo anterior da origen a los siguientes cuestionamientos ¿qué significa acabar la tarea o resolver un problema? ¿Cuándo el resolutor asume que tiene un problema que resolver? ¿Cómo se desarrollan caminos o acercamientos de resolución de problemas y cómo estos se refinan o robustecen en el tiempo? La búsqueda de respuestas a estos cuestionamientos requiere de los investigadores en educación matemática examinar diversos caminos potenciales que propendan por la consolidación de un proceso de construcción del pensamiento matemático en los estudiantes (Camacho y Santos, 2004; Santos-Trigo, 2004a). Lesh y Zawojewski (2007) definen la resolución de problemas como:

> …el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas (p. 782).

Ahora, los conocimientos en matemáticas proporcionan un conjunto de herramientas de apoyo para describir, analizar y/o predecir el comportamiento de sistemas en diversos entornos del mundo real. Históricamente la modelización se incorporó en la enseñanza de las matemáticas con la intención de desarrollar en los estudiantes las habilidades y conocimientos sobre cuándo y cómo aplicar la matemáticas de forma eficiente en diversas situaciones problema surgidas del día a día del estudiante, aunque en los últimos años dichas situaciones se han puesto en escenarios del mundo laboral con el fin de ofrecer al estudiante las competencias básicas de desempeño profesional.

La aplicación de las matemáticas en la solución de problemas cotidianos o llamada *modelización matemática*, debe ser vista como un proceso complejo en dónde el estudiante debe desarrollar correctamente una secuencia de procesos, citados por Verschaffel, Greer y De Corte (2000): a) Comprender los elementos clave de la situación problema propuesta; b) Construir un modelo matemático con los elementos y relaciones relevantes involucradas en la situación; c) Operar el modelo matemático con el fin de inferir implicaciones matemáticas; d) Validar los resultados obtenidos en función de las operaciones desarrolladas; e) Contextualizar los resultados obtenidos con el fin de realizar una correcta interpretación de ellos; f) Comunicar la solución obtenida respecto al problema inicial de aplicación.

El objetivo de este trabajo así como el de muchos otros, fue el de analizar con sentido crítico las dificultades que se derivan de la articulación de los contenidos matemáticos y diversas situaciones problema propiciadas de la cotidianidad, por ello se busca la identificación de las diversas concepciones que dificultan la solución de problemas de optimización en estudiantes de cursos de Cálculo Diferencial con el fin responder a la necesidad de implementar metodologías tendientes a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes de nuestra universidad, ya que de esta forma se estaría haciendo aportes en la reducción de los índices de pérdida académica, de repitencia y de deserción escolar; y por ende, en el aprovechamiento óptimo de los recursos económicos proporcionados por el gobierno central ya que nuestra universidad es de carácter público.

## Método

La investigación desarrollada se ajusta al enfoque cuantitativo a nivel descriptivo de medición de variables independientes y con diseño de campo según lo define Arias (2012). El contexto de en estudio es en una institución de educación superior de carácter pública ubicada en el nororiente de Colombia. La población está conformada por los estudiantes matriculados en el curso de Cálculo diferencial en el II semestre de 2017 en los siete programas pertenecientes a la Facultad de Ingenierías. Posteriormente mediante la utilización del muestreo no probabilístico intencional se seleccionó la muestra manteniendo como criterio de exclusión el ser repitentes en éste curso, de forma tal que se conformó un tamaño de muestra de 245 estudiantes en total.

El instrumento utilizado fue un test que se suministró a cada uno de los estudiantes de cada grupo. La prueba contenía nueve ítems los cuales fueron seleccionados en un panel de cinco docentes que llevaban dos años consecutivos orientando este curso. Se incorporaron situaciones en lenguaje cotidiano asociados a los pensamientos numérico, espacial y variacional (tres situaciones por cada pensamiento) y al momento de suministrarlo la recomendación era que cada estudiante debía elegir e intentar resolver un problema de cada pensamiento. Cada situación proponía diversos niveles de razonamiento y manipulación matemática.

## Resultados

De las características sociodemográficas se destaca que aproximadamente el 77% de la muestra tenían edades que oscilaban entre 16 y 18 años, con predominio del género masculino en el 80% de los casos, el 88% habían egresado de colegios públicos en el año 2016 y en igual porcentaje sus provenían de los estratos 1 y 2.

De la aplicación del test se destaca: a) En el pensamiento numérico el 56% eligieron la situación que pedía determinar tres números positivos cuya suma es 60 y el segundo número es el doble del primero y el producto de tres debía ser máximo. Del total de personas que lo eligieron sólo el 12% lo realizaron correctamente. Los estudiantes cometieron errores en el planteamiento de las expresiones asociadas a cada uno de los números, el 35% sólo propusieron los dos primeros números e intentaron resolver el problema así, el porcentaje restante argumentaron que el problema no se podía resolver debido a que faltaba información para definir el tercer número; b) En el pensamiento espacial el 66% eligieron la situación que sugería construir una caja sin tapa a partir de una lámina rectangular (se les suministraba la medida del largo y el ancho) de la cual se recortaba un cuadrado de lado $\boldsymbol{x}$ de cada esquina, para luego ser doblado hacia arriba. La alta favorabilidad de elección de ésta situación se debe a que es una situación clásica que aparece referida en todos los textos de Cálculo y que es habitual que todo docente lo realice en clase, pero a pesar de ello, sólo el 10% lo resolvieron correctamente, mientras que el porcentaje restante cometieron errores algebraicos al operar las expresiones en busca de la expresión que maximizara el volumen. Vale la pena destacar que en todos los casos, los estudiantes iniciaron el proceso con la elaboración de un dibujo, ubicaron los datos y plantearon adecuadamente cada expresión asociada a cada dimensión de la lámina; c) En el pensamiento variacional el 45% eligieron la situación que abordaba un problema de movilidad donde se les proporcionaba la expresión algebraica que permitía determinar la velocidad de un vehículo en función de la hora del día en que se movilizaba, la tendencia favorece a la cotidianidad del problema. De los procesos realizados se resalta que operaron adecuadamente el problema de forma algebraica, pero al momento de generar la conclusión el 33% fallaron en la elección de la respuesta correcta, evidenciando la falta de criterio ante la validez de la respuesta dado el contexto del problema.

## Conclusión

Tras la realización de la investigación se hace evidente la necesidad de actualización y capacitación a los docentes ya que están llevando al aula una serie de actividades académicas centradas en los procesos netamente instrumentales, desconociendo el desarrollo de las competencias interpretativas, analíticas y propositivas de los estudiantes. En muchas casos se evidencia en los estudiantes la falta de sensibilidad ante el error, es decir, para ellos, resolver un problema es operarlo de forma analítica pero nunca lo acompañan de la construcción de una respuesta estructurada que adopte toda la información dada en el enunciado del problema.

Finalmente, los estudiantes presentaron dificultades en la selección de datos útiles en el enunciado, lo que obstaculiza la identificación de las relaciones entre variables afectando notablemente el proceso de modelado matemático. De los tres problemas resueltos se concluyen que en aquellos dónde no tenían la expresión algebraica, fallaron en el modelado; y en los que contaban con la expresión algebraica, cometieron errores de manejo algebraico de las mismas.

## Referencias


Arias, F.G. (2012). *El Proyecto de Investigación. Introducción a la metodología científica. 5ta*. Fidias G. Arias Odón.

Camacho, M. & Santos, M. (2004). *La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas*. NÚMEROS, pp. 45-60.

Castro, E. *Resolución de Problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. En Camacho, M; Blanco, LJ. (Eds.): Investigación en Educación Matemática XII. España: lugar; SEIEM, 2008, pp. 113-140.

Lesh, R. & Zawojewski, J. S. (2007). *Problem solving and modeling*. In F. K. Lester, Jr. (Ed.). The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. (pp. 763-804). National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Puig, L. (1996). *Elementos de Resolución de Problemas. Granada*: Comares.

Puig, L. (2008). *Presencia y ausencia de la resolución de problemas en la investigación y el currículo*. En Luengo, R; Gómez, B; Camacho, M & Blanco, LJ. (Eds.): Investigación en Educación Matemática XII. Badajoz, España: SEIEM; 2008, pp. 93-111.

Santos, LM. (2007). *La Resolución de Problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.

Santos-Trigo, M. (2004a). *Exploring the triangle inequality and conic sections using Dynamic Software for Geometry*. The Mathematics Teacher, 97(1), pp. 68-72.

Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. In D. A. Grows (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 334-370). NY: Macmillan.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of Word problems.* Lisse, (Holanda). Swets & Zeitlinger.