

I CONGRESO IBEROAMERICANO DE DOCENTES

CONGRESO VIRTUAL DEL 26 NOVIEMBRE AL 08 DICIEMBRE DE 2018

ALGECIRAS (CÁDIZ) DEL 06 AL 08 DICIEMBRE DE 2018

Actas del Congreso Iberoamericano de Docentes

Programación como una herramienta para enseñar
divisibilidad en el aula de Matemática.

Sylvia Borbonet

María de los Ángeles Morales

ISBN: 978-84-948417-0-5

Edita **Asociación Formación IB.**

Coordinación editorial: **Joaquín Asenjo Pérez, Óscar Macías Álvarez, Patricia Ávalo Ortega y Yoel Yucra Beisaga**

Año de edición: **2018**

Presidente del Comité Científico: **César Bernal.**

El I Congreso Iberoamericano de Docentes se ha celebrado organizado conjuntamente por la Universidad de Cádiz y la Asociación Formación IB con el apoyo del Ayuntamiento de Algeciras y la Asociación Diverciencia entre otras instituciones.

<http://congreso.formacionib.org>



red
iberoamericana
de docentes



formaciónib))

Programación como una herramienta para enseñar divisibilidad en el aula de Matemática.

Prof. Sylvia Borbonet, Prof. María de los Ángeles Morales.
Consejo de Educación Secundaria (Uruguay): Liceo N° 2 de Carmelo Prof. Miguel Banchemo; Liceo N° 1 de Atlántida Dr. Alfredo Crisci.
sborbonet@gmail.com ; marangelesmorales@gmail.com

Resumen:

La relación entre Matemática y Programación ha sido muy cercana desde los inicios de la informática. Muchos problemas matemáticos dieron impulso al desarrollo de la ciencia de la computación. Es de destacar que los algoritmos están presentes en ambas áreas y además ambas utilizan métodos similares en la resolución de problemas. La enseñanza de la computación en la educación media del Uruguay, ha estado desde sus inicios bastante apartada de la programación. Haciendo un intento de acercar a los estudiantes al lenguaje de programación e integrando dos asignaturas como ser la Informática y la Matemática, es que a Facultad de Ingeniería junto con la Inspección de Matemática organizó en varias instancias cursos para docentes en los que se tocaban algunos conceptos de programación aplicados a la resolución de problemas matemáticos. A partir de estos cursos, los profesores planifican actividades que luego fueron implementadas en sus aulas.

Los docentes que participaron en esta experiencia pudieron observar que el lenguaje de programación dio la posibilidad de re-enfocar el abordaje de algunos temas desde la perspectiva informática, en la resolución de problemas algorítmicos y la inclusión del mismo aportó un elemento innovador y motivador para los estudiantes y favoreció la consolidación de los conceptos trabajados.

Las docentes se proponen compartir una de las experiencias mostrando una secuencia de ejercicios que permite trabajar contenidos de Divisibilidad a través de la creación de pequeños programas con lenguaje Python en los que se trabajan los conceptos de división entera, múltiplo y divisor, conjunto de divisores y números primos en el conjunto de los números naturales.

TEMA: DIVISIBILIDAD

Nivel: 2° año de bachillerato, orientación científica, Matemática II.

Fundamentación:

La secuencia de ejercicios fue pensada para trabajar en la unidad de Divisibilidad en la que se pretendió re-abordar y consolidar conceptos matemáticos que los alumnos ya vieron en el ciclo básico, como ser: división entera en \mathbb{N} , múltiplo y divisor de un natural, conjunto de divisores de un natural, números primos, utilizando los mismos para la resolución de problemas.

Como los conceptos a trabajar ya eran de conocimiento de los estudiantes, la posibilidad de re-enfocarlos con un abordaje nuevo para ellos, como el de utilizar un lenguaje de programación que generaría soluciones a situaciones algorítmicas, nos pareció un elemento innovador y motivador para los estudiantes.

Es por eso que un segundo objetivo en este tema fue lograr ese primer contacto de los alumnos con la programación en lenguaje Python.

SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Actividad 1.

Objetivo:

A partir de una situación real simple, motivar a los alumnos a idear una estrategia para poder clasificar números naturales comprendidos entre 1 y 51 en dos clases según los

restos de dividirlos entre 4. Idear un algoritmo que permita dado el número de asiento de un pasaje de ómnibus, indicar si corresponde a un asiento junto a la ventana o al pasillo.

Desarrollo:

1. Se comparte un pequeño texto con una anécdota que comenta una situación problema.

Consigna

Ana viaja todos los días a trabajar a Montevideo. Cada vez que regresa a su casa compra el boleto del ómnibus y lo primero que hace es mirar el número de asiento que le corresponde, para saber si irá sentada en el asiento de ventana o de pasillo.

Idear alguna estrategia que ayude a Ana a decidir con certeza antes de subir al ómnibus, según el número de asiento, de qué lado le tocará sentarse.

Especificación de entrada

Un número natural positivo menor que 51.

Especificación de salida:

“pasillo” o “ventana”

Tabla 1¹ Algoritmo del programa “Ventana o pasillo”

Lenguaje coloquial	Lenguaje Python
Ingresar un natural $51 > a > 0$.	print “ingrese un numero natural entre 0 y 51”
Obtener el resto de dividir a entre 4 .Si el resto es 0 o 3 responder “ventana”.	a=Input(“a=”) n=a%4
Sii el resto no es 0 o 3, devolver “pasillo”	if n==0 or n==3: print “ventana” else: print “pasillo“

Se utilizará la actividad para trabajar sobre el concepto de división entera, analizar cuántos restos distintos se puede encontrar al dividir entre un número natural **a** y clasificar los números en grupos según el resto al dividirlos entre **a** (clases de congruencia).

Actividad 2

Objetivo:

Los alumnos aplican la definición de divisor de un natural para idear un programa que: dado dos naturales indique si uno de ellos es divisor del otro o no.

Desarrollo:

Consigna

Elaborar un programa en Python que indique, dados dos números naturales si alguno de los dos es divisor del otro o no.

Especificación de entrada

Dos números naturales distintos de 0.

Especificación de salida:

¹Tabla realizada por las autoras del trabajo. Contiene el algoritmo del programa escrito en lenguaje coloquial y en lenguaje Python

“a es divisor de b”, “b es divisor de a”, “ninguno es divisor del otro”.

Tabla 2² Algoritmo del programa “es divisor de”

Lenguaje coloquial	Lenguaje Python
Ingresar dos números naturales distintos de 0. Si el resto de dividir a entre b es 0, devuelve “b divide a a”. Si el resto de dividir b entre a , es 0, devuelve “a divide a b”. Si no, devuelve “ninguno de los dos es divisor del otro”	<pre>print "ingrese dos numeros naturales distintos de 0" a= input (" a=") b= input (" b=") r1=a%b r2=b%a if r1==0: print "b divide a a" elif r2==0: print "a divide a b" else: print "ninguno de los dos es divisor del otro"</pre>

Actividad 3

Objetivo:

Trabajar el concepto de conjunto de divisores de un número natural y el concepto de lista en Python.

Desarrollo

Consigna:

Elaborar en lenguaje coloquial y luego en lenguaje Python un algoritmo que permita obtener el conjunto de los divisores de un número natural.

Especificación de entrada

Un número natural distinto de 0.

Especificación de salida:

La lista de los divisores del número ingresado.

Tabla 3³ Algoritmo del programa “ Conjunto de divisores”

Lenguaje coloquial	Lenguaje Python
--------------------	-----------------

²Tabla realizada por las autoras del trabajo. Contiene el algoritmo del programa escrito en lenguaje coloquial y en lenguaje Python.

³Tabla realizada por las autoras del trabajo. Contiene el algoritmo del programa escrito en lenguaje coloquial y en lenguaje Python.

Ingresar un número natural a distinto de 0
Devolver la lista de los divisores de a

```
print "ingrese un numero natural distinto  
de 0 "  
a=input("a=")  
d= [x for x in range (1,a+1) if a%x==0]  
print d
```

Imagen 1⁴ Alumno escribiendo un programa en la pizarra



Actividad 4

Objetivo:

Trabajar el concepto de número primo a partir de un programa de Python

Desarrollo:

Se les entrega a los alumnos un programa llamado "adivina" que si se ingresa un número natural, indica si el número es primo o no.

Consigna

⁴Alumno escribiendo en la pizarra el algoritmo del programa correspondiente a la actividad 3. La foto fue tomada en la clase de una de las docentes en el año 2018.

1. Abrir el archivo adivina.py y realizar varios casos de lo que en él se solicita
2. Descubrir para qué números el programa devuelve “verdadero” y para qué números devuelve “falso”
3. ¿ qué concepto matemático se trabaja? definir ese concepto.
4. Verificar abriendo el archivo adivina.py con gedit que tu análisis es correcto.

Actividad 5

Objetivo:

Elaborar un programa que dado un número natural, devuelve la lista de los números primos menores que él.

Desarrollo:

Consigna

Escribir un programa que dado un número natural, devuelva la lista de los números primos menores o iguales que él.

Especificación de entrada

Un número natural..

Especificación de salida:

La lista de números primos menores o iguales que el número ingresado.

Tabla 4⁵ Algoritmo del programa “Primos menores que”

Lenguaje coloquial	Lenguaje Python
Ingresar un número natural a. Determinar los divisores de a. Si los divisores de a son solamente 1 y a, devolver “verdadero”, sino, devuelve “falso”	# modprimo devuelve la lista de divisores de a y analiza si a es primo def p(a): d=[x for x in range(1,a+1) if a%x==0] if d==[1,a]: return True else: return False
Filtrar los números primos que son menores o iguales que a y devolver la lista de los mismos, mediante la función filter de Python y usando la función booleana definida en el módulo anterior.	import modprimo print "ingrese un numero a=" a=input ("a=") l=range (1,a+1) print filter(modprimo.p,l)

⁵Tabla realizada por las autoras del trabajo. Contiene el algoritmo del programa escrito en lenguaje coloquial y en lenguaje Python.

Actividad 6

Objetivo: A partir de los programas creados, realizar una pequeña investigación matemática.

Consigna :

Los números primos de Mersenne

Marin Mersenne(1588-1648) fue un monje francés dedicado a la Filosofía, las Matemáticas, la Teología y la Música.

Existen números que llevan su nombre debido al estudio que realizó acerca de los mismos. Dichos números son los que tienen la siguiente forma:

$$N = 2^n - 1$$

Mersenne analizó cuáles de estos números son primos y cuales son compuestos hasta $n=257$.

- Investigar con la ayuda de los programas que has creado, cuales de estos números son primos y cuáles no, recuerda que tu investigación va a estar limitada por la memoria de la computadora.
- Encontrar los divisores primos de alguno de los números no primos de Mersenne.
- Describir cómo realizaste la investigación y cómo crees que pudo haberla realizado Mersenne.

EXPERIENCIA EN EL AULA:

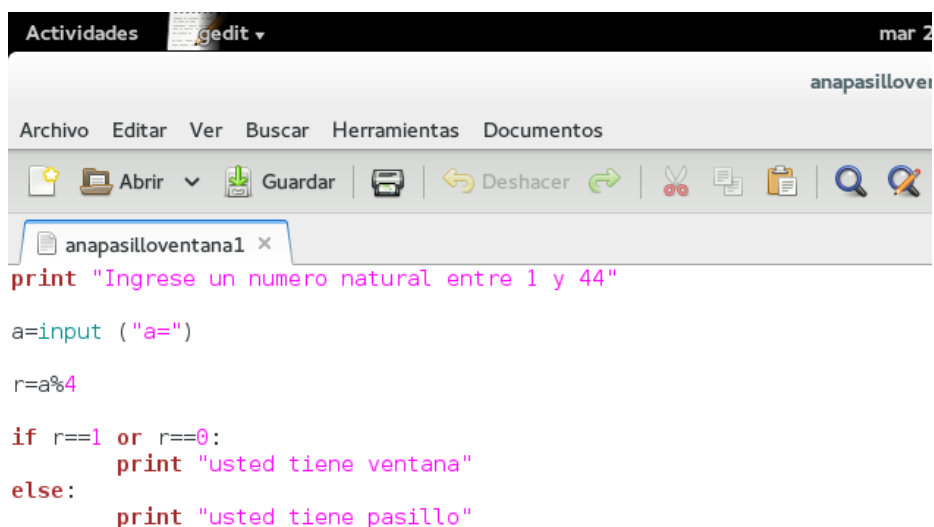
Actividad 1

Los alumnos se plantearon dos tipos de distribuciones en el ómnibus y cada equipo resolvió la situación de acuerdo a la distribución que eligió.

A partir de eso, elaboraron la especificación del problema y luego el programa en lenguaje coloquial. Con la ayuda del docente , se tradujo el programa a Python y luego lo ejecutaron en la terminal.

Una de las resoluciones fue la siguiente:

Imagen 2⁶ Archivo gedit del programa “ventana o pasillo”



```
print "Ingrese un numero natural entre 1 y 44"

a=input ("a=")

r=a%4

if r==1 or r==0:
    print "usted tiene ventana"
else:
    print "usted tiene pasillo"
```

A partir de esta clase se definieron los conceptos de división entera, divisor y múltiplo.

Actividad 2

Después de elaborado el programa, se dio la discusión de qué sucedía si uno o los dos números ingresados era 0. Cada grupo buscó alternativas para resolver el problema que les daba el programa. Uno de los programas elaborados fue el siguiente.

Imagen 3⁷ Archivo gedit del programa “Es divisor de”

⁶Captura de pantalla de la ventana del editor de texto en el que se ve uno de los programas realizados por los alumnos.

⁷Captura de pantalla de la ventana del editor de texto en el que se ve uno de los programas realizados por los alumnos(año 2017).

Actividad 3

Previo a proponer la actividad, se trabajó en forma oral la idea de encontrar todos los divisores de un número, con algunos ejemplos. Para encontrar los conjuntos de divisores los alumnos desplegaron muchas estrategias como ser: el uso de criterios de divisibilidad, propiedades de los divisores de un número, o hacer las divisiones entre algunos números, conceptos que se formalizaron en una clase posterior.

Al resolver la consigna los alumnos analizaron que no había necesidad de utilizar ninguna estrategia de las que se trabajaron en la clase ya que la computadora divide muy rápidamente, por lo cual decidieron que para hallarle el conjunto de divisores, lo más conveniente era que el programa dividiera entre todo natural entre 1 y el número elegido.

Se introdujo el concepto de lista y la notación en lenguaje Python y con la misma se creó el programa. Revisaron los resultados de los ejercicios de conjuntos de divisores propuestos al principio de la clase usando el programa creado

Actividad 4

Para esta actividad se le hizo descargar el programa “adivina”, de la plataforma Crea2 que utilizamos con los estudiantes . Los alumnos lo hicieron correr y no tuvieron ninguna dificultad en descubrir que lo que hacía era decidir si un número es primo o no.

A partir de analizar el programa escrito en Python , ellos mismos propusieron la

definición de número primo. Pensaron números que ellos suponían primos y lo verificaron con el programa. Se dio la discusión de cómo encontrar números primos de muchas cifras, para qué se utilizan y probando descubrieron que la limitación del programa está dada por la memoria de la máquina con lo cual no podrían acceder a chequear si los número muy grandes son primos o no.

Actividad 5

Los alumnos armaron un pequeño módulo de divisibilidad (conjunto de programas que se ejecutan en secuencia) con el que llegaron a elaborar un programa que me devuelve todos los números primos menores que un número dado.

Actividad

6

Con esta actividad se pretendió realizar una pequeña investigación acerca los números de Mersenne con la ayuda de los programas creados hasta el momento. Analizaron para qué valores de n esos números son primos y para cuáles no, probando hasta un cierto n que depende de la memoria de la computadora.

Algunos alumnos crearon un nuevo programa utilizando los que ya habían creado anteriormente, que chequea para cada número natural n , si el número de Mersenne es primo o no y luego arma la lista de los “ n ” para los cuales el número es primo.

OBSERVACIONES

El trabajo en programación junto con el tema que se estaba desarrollando, no solo fue un gran instrumento motivacional, sino que generó en los alumnos mayor compromiso con el trabajo y fluidez en la incorporación de nuevos conceptos que surgieron naturalmente en el desarrollo de las actividades. Las definiciones trabajadas se generaron a partir del intercambio con los estudiantes y a su vez el tener que utilizar los conceptos para la creación de los programas generó discusiones entre ellos que enriquecieron las imágenes conceptuales de los mismos .

Si bien sólo se dieron los primeros pasos en la programación, la experiencia fue muy enriquecedora tanto para los alumnos como para las docentes

Los alumnos se mostraron muy interesados, motivados y comprometidos con las actividades, logrando una participación activa. Muchos de ellos, por propia iniciativa, elaboraron programas que involucraban otros conceptos investigando sobre el lenguaje Python más allá de los trabajado en clase sobre el mismo.

La organización del trabajo fue generalmente en grupos de dos o tres estudiantes ya que no todos contaban con su computadora del plan Ceibal.

Los inconvenientes que surgieron fueron los previsibles sobre errores de sintaxis propias

del lenguaje de programación y los relacionados con la secuencia de órdenes que tiene que tener un programa. Este error se relaciona con la dificultad que se les presenta a la hora de explicar razonamientos matemáticos o de escribir sus ideas con representaciones simbólicas.