

# I CONGRESO IBEROAMERICANO DE DOCENTES

CONGRESO VIRTUAL DEL 26 NOVIEMBRE AL 08 DICIEMBRE DE 2018

ALGECIRAS (CÁDIZ) DEL 06 AL 08 DICIEMBRE DE 2018

Actas del Congreso Iberoamericano de Docentes

Abejas, matemáticas y cambio climático

D<sup>a</sup> M<sup>a</sup> Antonia Mateos Camacho

Ana Turias Romero

Miguel Márquez Mateos

ISBN: 978-84-948417-0-5

Edita **Asociación Formación IB.**

Coordinación editorial: **Joaquín Asenjo Pérez, Óscar Macías Álvarez, Patricia Ávalo Ortega y Yoel Yucra Beisaga**

Año de edición: **2018**

Presidente del Comité Científico: **César Bernal.**

El I Congreso Iberoamericano de Docentes se ha celebrado organizado conjuntamente por la Universidad de Cádiz y la Asociación Formación IB con el apoyo del Ayuntamiento de Algeciras y la Asociación Diverciencia entre otras instituciones.

<http://congreso.formacionib.org>



red  
iberoamericana  
de docentes



formación**ib**)))

# ABEJAS, MATEMÁTICAS Y CAMBIO CLIMÁTICO

D<sup>a</sup> M<sup>a</sup> ANTONIA MATEOS CAMACHO

antonia.mateos@uca.es

COLEGIO LA INMACULADA ALGECIRAS

Ana Turias Romero

EXALUMNA COLEGIO LA INMACULADA

Miguel Márquez Mateos





EXALUMNO COLEGIO LA INMACULADA

## INTRODUCCIÓN

Este trabajo surgió por el interés de trabajar con los alumnos y concienciarlos del grave problema que se nos presenta con la pérdida del número de abejas. Por ello, se estudió y se trató de profundizar en la abeja a través de las matemáticas. Se detalla en esta comunicación lo más relevante del trabajo.




## OBJETIVOS

Los objetivos que se plantearon en este trabajo fueron los siguientes:

-  Conocer el mundo de la Anthophila (Abeja), investigando la evolución de estos insectos y la relación del declive del número de colmenas.
-  Concienciar a las nuevas generaciones de los problemas ambientales, para que se muestren sensibles ante ellos y participen en la mejora del medio ambiente.
-  Estudiar la relación entre las matemáticas y el mundo de la abeja, creando una simulación para estudiar el comportamiento de una colonia de abejas.
-  Crear una *app* gratuita para la concienciación social, con la información de este trabajo, y de uso fácil para los centros educativos y otras instituciones.

## METODOLOGÍA

A través de la documentación bibliográfica y documental, y manteniendo una actitud crítica, este trabajo se ha estructurado en tres partes:

-  Una primera en la que se han estudiado las características de la abeja, su evolución a lo largo de la historia, su papel en el planeta Tierra, y las causas y consecuencias de su desaparición.
-  En la segunda parte se ha investigado cómo las matemáticas rigen aspectos esenciales en la vida de estos insectos. Con *Simulink*, se ha creado una simulación del comportamiento de una colonia de abejas. Se ha desarrollado un pequeño SCRIPT en Matlab para representar con una imagen 2D la evolución de las dos poblaciones H y F de abejas en una colmena. Todo ello, gracias a la colaboración de la Universidad de Cádiz.
-  Para dar difusión al trabajo, se creó una *app* con Mobincube , tras un estudio estadístico sobre las plataformas digitales más usadas. Y para ello se abrió una cuenta como desarrolladores en Google Play.

Se contó con el asesoramiento de apicultores.

Se diseñaron calendarios, separa páginas y un juego de la abeja que están incluidos en la *app*.

Se realizó un cartel con photoshop, una presentación en prezzi, y un vídeo que se colgó en youtube.

## EL MUNDO DE LA ANTHOPHILA

Resumo algunos datos curiosos de todo el estudio en profundidad que se realizó.

Los antófilos (Anthophila, en griego "que ama las flores") tiene algunas curiosidades como:

- 🐝 El picotazo de una abeja contiene moléculas capaces de adentrarse en el cerebro desde el torrente sanguíneo con más facilidad que cualquier droga fabricada por la industria.
- 🐝 El veneno de abejas es 80 veces superior a la morfina como calmante del dolor.
- 🐝 Los ojos compuestos de las abejas tienen la capacidad de producir 300 imágenes por segundo, mientras que el ser humano produce tan solo 30.
- 🐝 Las abejas no transmiten enfermedades al ser humano.
- 🐝 Las patas traseras tienen bolsillos, donde introducen el polen que llevan a las colmenas.
- 🐝 Las abejas poseen carga eléctrica positiva, y son capaces de distinguir los campos eléctricos de las flores.
- 🐝 En el buche convierten el néctar en miel, gracias a las vibraciones que se producen en el vuelo.
- 🐝 Los zánganos duran un mes comen miel y polen. Sólo se emparejan con la reina. Tienen alas más grandes. Aletean en verano para bajar la temperatura de las colmenas y los echan las demás cuando ya no sirven para nada.
- 🐝 La producción mundial de miel es de aproximadamente un millón de toneladas.

## EL SÍNDROME DE COLAPSO DE LAS ABEJAS Y EL MEDIO AMBIENTE

En este apartado se estudió con los alumnos el Síndrome de Colapso de las Abejas o *Colony Collapse Disorder* (CCD) que es un término establecido por científicos norteamericanos con el fin de explicar la masiva desaparición de abejas y sus causas.

Actualmente, no existe una causa única con respecto al problema, entre ellas, el cambio climático influye de una manera determinante. La alimentación también es otro factor determinante, ya que el polen es la principal fuente de proteína y contiene aminoácidos esenciales para el desarrollo de las abejas. El uso de pesticidas y la endogamia, desempeñan también un papel fundamental en la desaparición de polinizadores. Se puede observar la reducción en EEUU, figura 1.

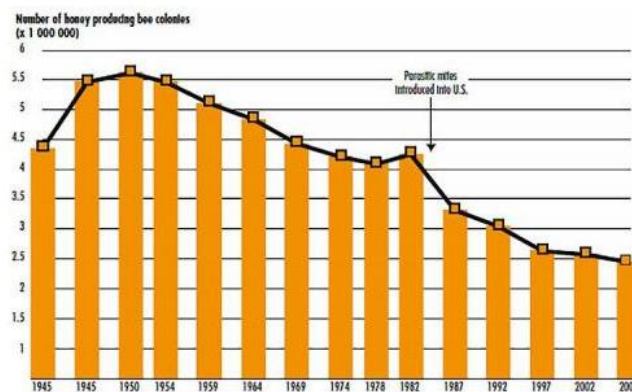


Figura 1. Reducción de la población de abejas, según el Departamento de Agricultura de EEUU.

## EL FUTURO DEL PLANETA Y LA CONCIENCIA ECOLÓGICA

Tras el apartado anterior, se investigó cuál podría ser el futuro del planeta, ya que la abeja es fundamental para la polinización y los cultivos de nuestro planeta. Por ello, si se produjera la desaparición de los polinizadores, no existiría vida en la Tierra.

Tras esta conclusión, concienciar a los niños de edades tempranas es crucial para la protección y cuidado de la biodiversidad de nuestro planeta. La metodología para abordar esta concienciación, se puede presentar como una actividad divertida para los niños, de forma que a la vez que adquieren conocimientos sobre su entorno, aprenden a respetarlo para que en un futuro sean capaces de gestionar de la mejor manera sus actividades para que éstas sean menos perjudiciales para el medio ambiente.

## ABEJAS Y LAS MATEMÁTICAS

### SIMETRÍA Y NÚMERO ÁUREO

Según Marcos du Sautoy en su libro *Simetría*, 2009, "Para un insecto como la abeja, la simetría es fundamental para su supervivencia".

Posee algo maravilloso en sus ojos, la facilidad para detectar *simetrías*, en concreto las pentagonales, hexagonales y las radiales. De ello depende su supervivencia, las flores que consiguen una simetría perfecta son las que atraen más a las abejas para que las polinicen.

### GEOMETRÍA DE LAS CELDAS

Fue Thomas C Hale, en 1999, el que demostró la Conjetura del Panal: "Entre las infinitas elecciones de diferentes estructuras que las abejas podrían haber construido los panales, los hexágonos son los que usan la cantidad mínima de cera para crear el máximo número de celdas"

Dentro de la geometría hexagonal, se pueden apreciar las líneas interiores que resultan de superponer los hexágonos.

Hace unos años el americano Michael Housel (Orlando, Florida, USA) descubrió que el primer panal central en las colonias salvajes, tenía forma de Y invertida, sin embargo los panales a la izquierda (Figura 2) y a la derecha del central tienen la Y hacia arriba (Figura 3).

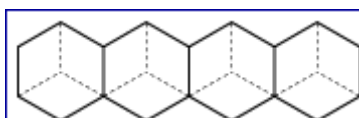


Figura 2

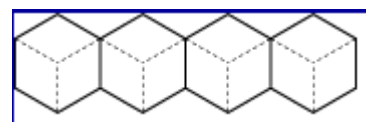


Figura 3

En panales no salvajes, en los que el apicultor no tiene cuidado de seguir la posición Housel mencionada, y la Y está colocada de forma incorrecta, la reina la rechaza, de manera que tarda muchas semanas en poner los huevos.

Esta disposición geométrica hace que la colmena sea perfectamente simétrica. Estos estudios han permitido a los apicultores mejorar el rendimiento de sus colmenas.

## ABEJAS Y MÉTODO CIENTÍFICO

En este apartado se quiso demostrar utilizando el método científico, demostrando por qué eligen las abejas los hexágonos para hacer los panales.

## REGLA DE HAMILTON

El biólogo británico Hamilton, descubrió la fórmula matemática que lleva el nombre de “regla de Hamilton”, la cual dice que los actos altruistas se realizan entre miembros de la misma familia y que dependiendo del grado de parentesco, el altruismo tiene un mayor o menor beneficio para el que lo realiza:

$$B > C / R$$

El beneficio que reciben los individuos por el acto altruista (**B**) debe de ser mayor (>) que el costo que supone dicho acto para el individuo altruista (**C**) dividido por el grado de parentesco entre dichos individuos (**R**). Esta fórmula demuestra, como se dice coloquialmente, que la caridad comienza por los más cercanos, siendo más reticentes a ayudar a desconocidos.

## MODELADO Y SIMULACIÓN DE UNA COLMENA

Uno de los objetivos que se planteó en esta investigación fue realizar una simulación utilizando un modelo matemático para poder hacer inferencias sobre el comportamiento de las colonias de abejas, y un script para mostrar de forma gráfica los resultados a los más jóvenes y la aplicación de las matemáticas a realidades de la Naturaleza. Para ello, se contactó con D. Ignacio Turias, profesor de la Universidad de Cádiz, y a partir de ahí se desarrolló esta parte del trabajo, con los alumnos en su departamento.

## MODELO DE LAS POBLACIONES

En este apartado se utilizará un modelo matemático con unas ecuaciones que intentan reproducir el funcionamiento de la población real de abejas en una colmena, distinguiendo dos tipos de abejas, las abejas de colmena y las recolectoras (Figura 4).

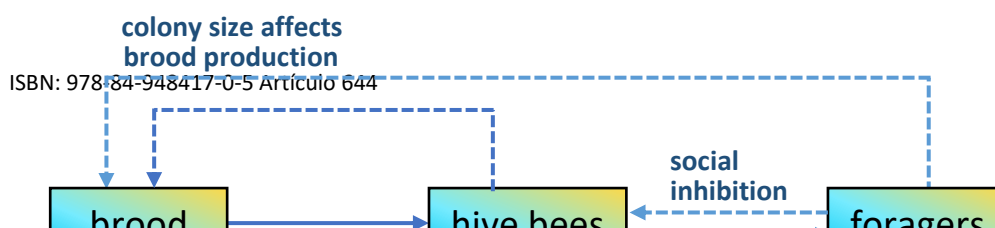


Figura 4. Esquema conceptual de la evolución de las poblaciones de abejas en una colmena (extraído de Khoury et al, 2011)

## FUNDAMENTOS DEL MODELO

La evolución de abejas de colmena con respecto al tiempo se puede modelar mediante las ecuaciones:

$$\frac{dH}{dt} = E(H, F) - HR(H, F)$$

$$\frac{dF}{dt} = HR(H, F) - mF$$

$$E(H, F) = L \left( \frac{N}{w + N} \right) = L \left( \frac{H + F}{w + H + F} \right)$$

$$R(H, F) = \alpha - \sigma \left( \frac{F}{H + F} \right)$$

Con estas ecuaciones, nuestro modelo sería determinista, siendo los parámetros fundamentales los siguientes:

- W: tasa de puesta
- M: tasa de mortalidad
- $\alpha$ ,  $\sigma$ , L: otros parámetros empíricos
- H: abejas de colmena
- F: abejas recolectoras
- N: abejas totales
- E: función de eclosión
- R: función de reclutamiento (paso de colmena a recolectora)



## MODELO EN SIMULINK

El modelo que se realizó fue el siguiente:

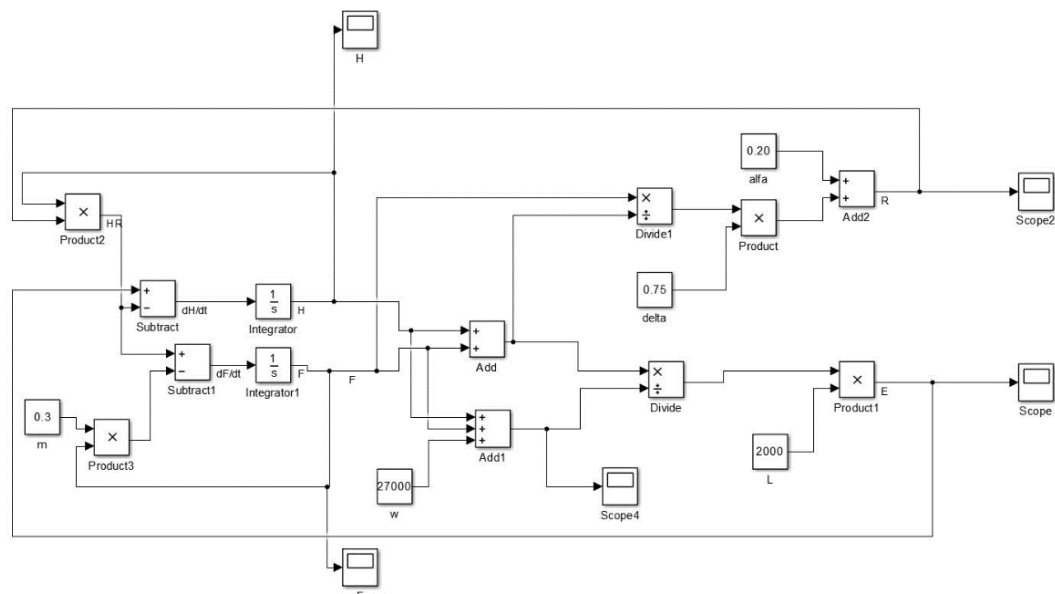


Figura 5. Diagrama esquemático del modelo en Simulink.

## SIMULACIONES

Todas las simulaciones comienzan con unos valores iniciales de las poblaciones H (abejas de colmena) y F (abejas recolectoras), así como de otros parámetros de las ecuaciones del modelo:

- Alfa = 0,20
- Delta = 0,75
- L = 2000

Los modelos utilizan estos parámetros y comienzan con  $H=8000$  y  $F=1000$ , como recomienda el trabajo de Khoury et al. (2011) para estudiar el régimen permanente de vida en la colmena.

En particular, y con objeto de mostrar alguno de los resultados principales que hemos conseguido establecer, hemos realizado dos escenarios diferenciados cambiando dos parámetros:

- m (tasa de mortalidad) = 0,1 y 0,35
- W (tasa de puesta de huevos de la reina) = 27500 y 54000

Bajo estas circunstancias mostramos 8 gráficas de comportamiento de H y F.

Con una  $W=27500$ :

- Con  $m = 0,1$  (Figura 6), H disminuye rápidamente porque las abejas maduran en aproximadamente 1 semana y F crece rápidamente debido a la maduración

decaendo posteriormente debido a la tasa de mortalidad que se aplica a las abejas recolectoras únicamente. En este caso, después de 100 días, F aproximadamente son 900 abejas y H alrededor de 100.

- Con  $m=0,35$  (Figura 7), la colmena muere aproximadamente antes de 30 días (tanto F como H)

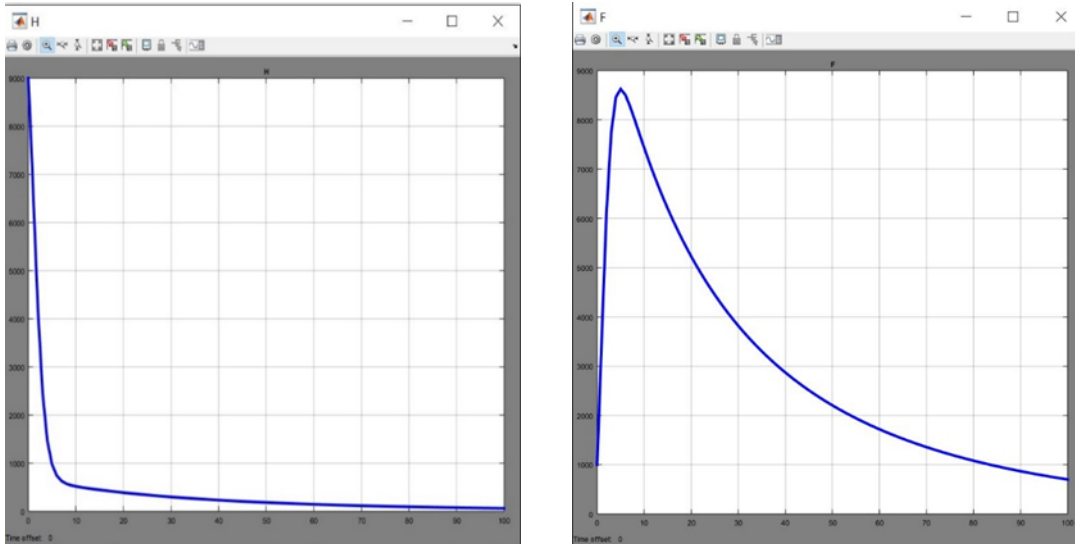


Figura 6.a) y b). Evolución de las poblaciones H y F (respectivamente) con  $w=27500$  y  $m=0,1$ .

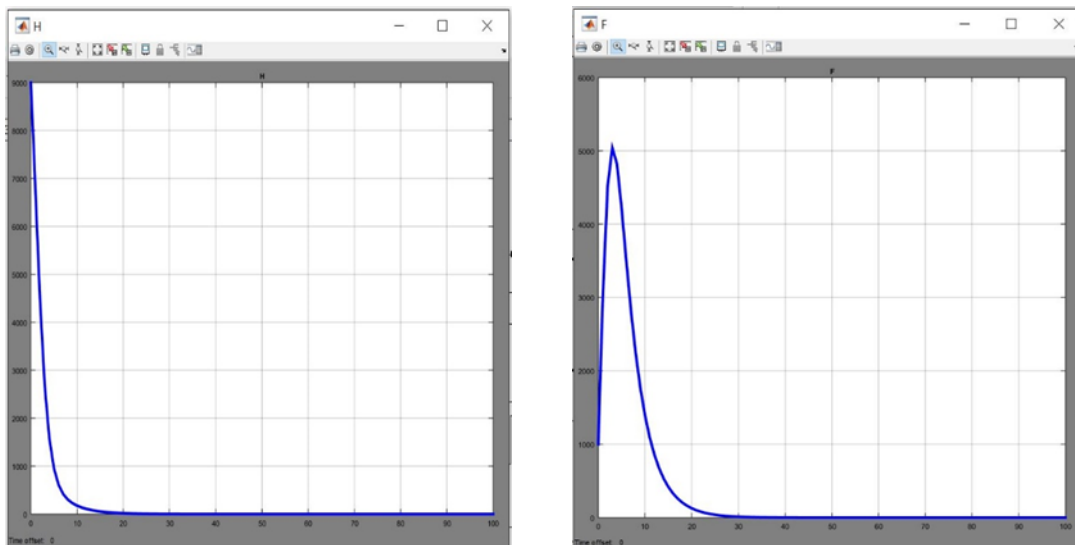


Figura 7.a) y b). Evolución de las poblaciones H y F (respectivamente) con  $w=27500$  y  $m=0,35$ .

Con una  $W=54000$  (situación de estrés de la abeja reina):

- Con  $m = 0,1$  (Figura 8), la colmena muere aproximadamente antes de 40 días (aunque las F pudieran durar algo más).

- Con  $m=0,35$  (Figura 9), la colmena muere aproximadamente antes de 20 días (tanto F como H).

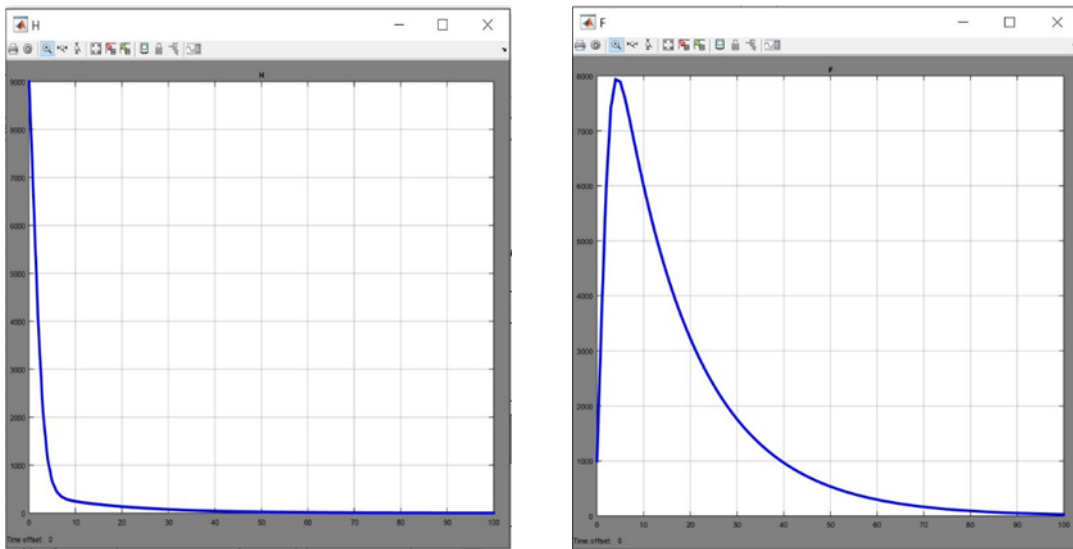


Figura 8.a) y b). Evolución de las poblaciones H y F (respectivamente) con  $w=54000$  y  $m=0,1$ .

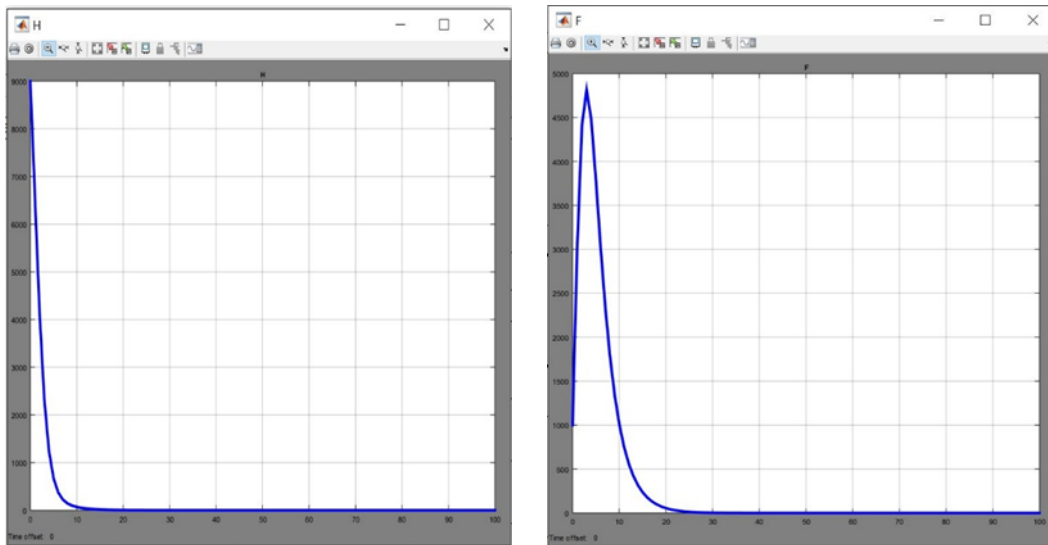


Figura 9.a) y b). Evolución de las poblaciones H y F (respectivamente) con  $w=54000$  y  $m=0,35$ .

## SIMULACIÓN GRÁFICA

Con objeto de poder observar de una forma gráfica la evolución de una colmena hemos desarrollado un pequeño SCRIPT en Matlab para representar con una imagen 2D la evolución de las dos poblaciones H y F de abejas en una colmena. (Figuras 10 a 15).

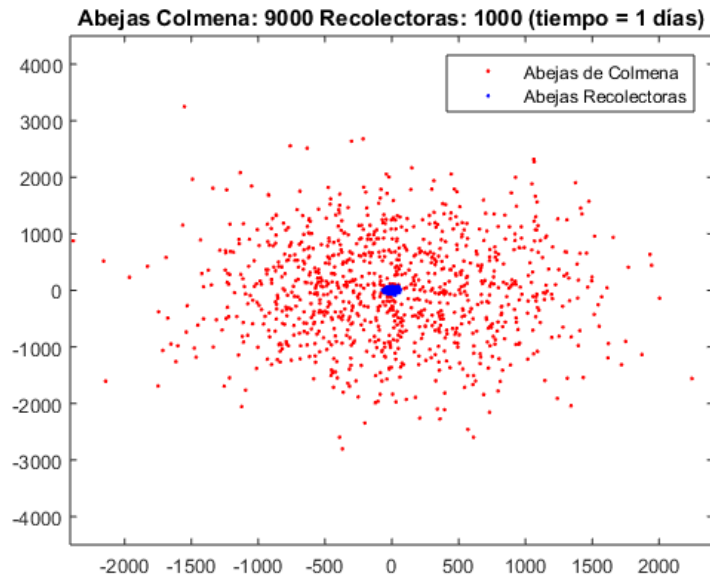


Figura 10

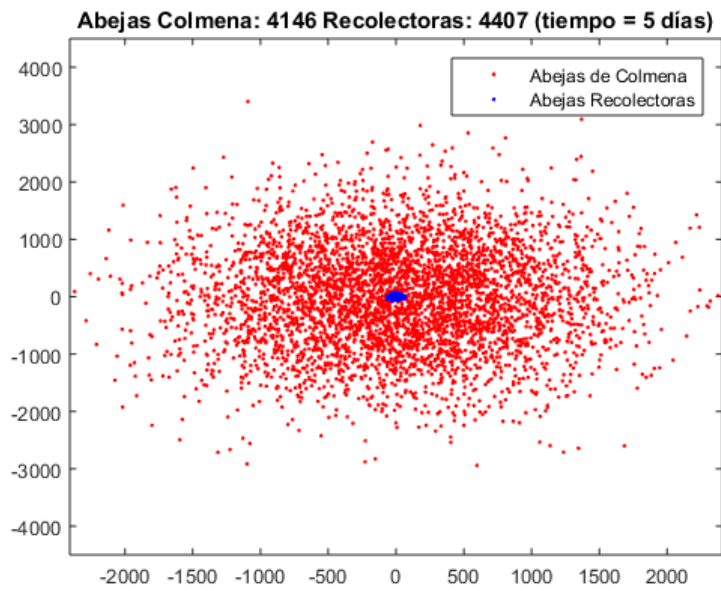


Figura 11

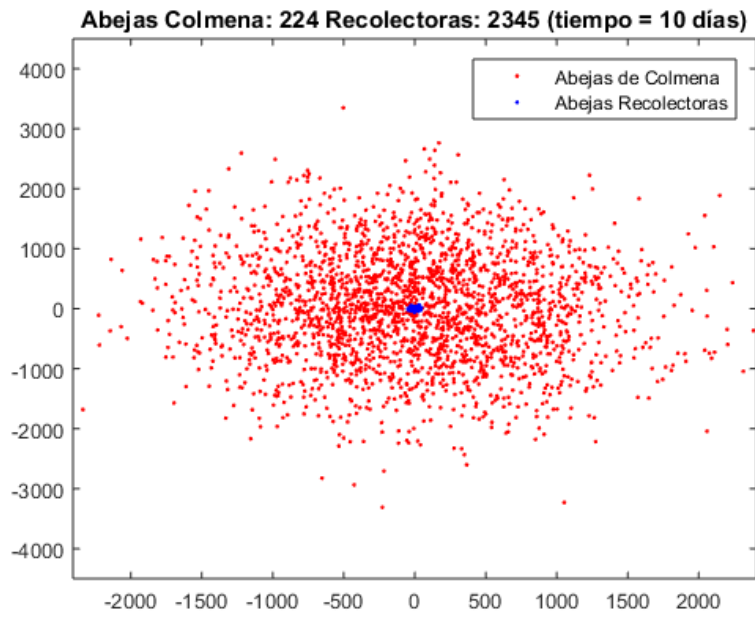


Figura 12

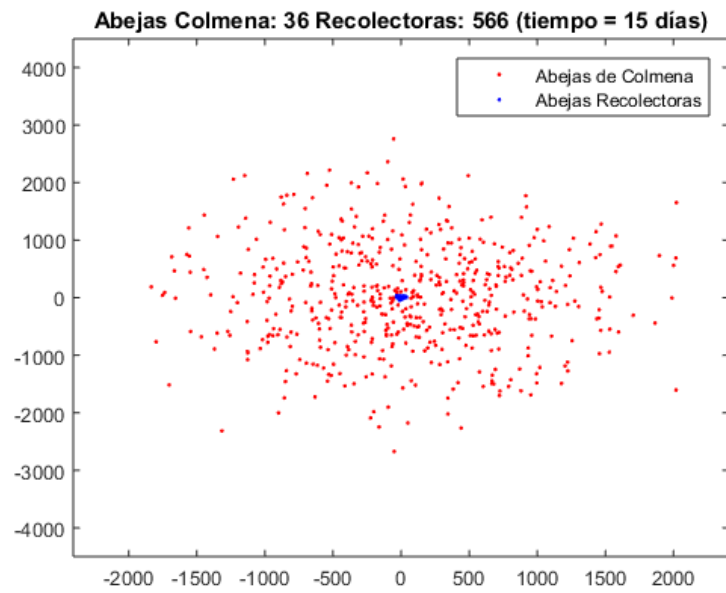


Figura 13

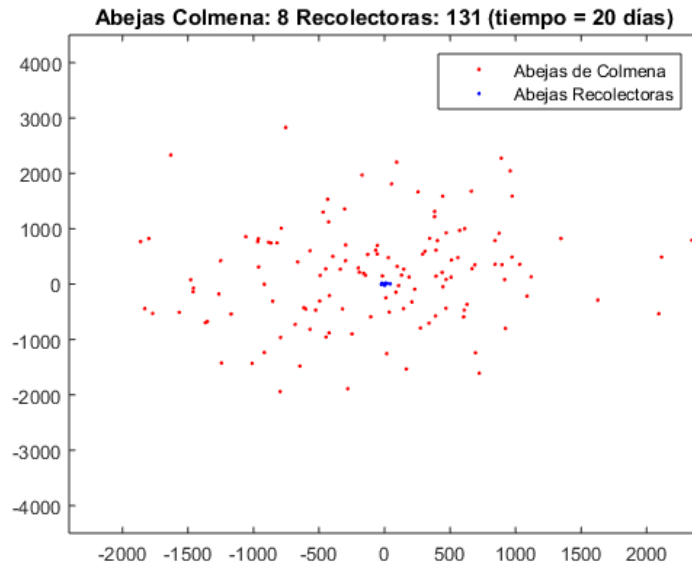


Figura 14

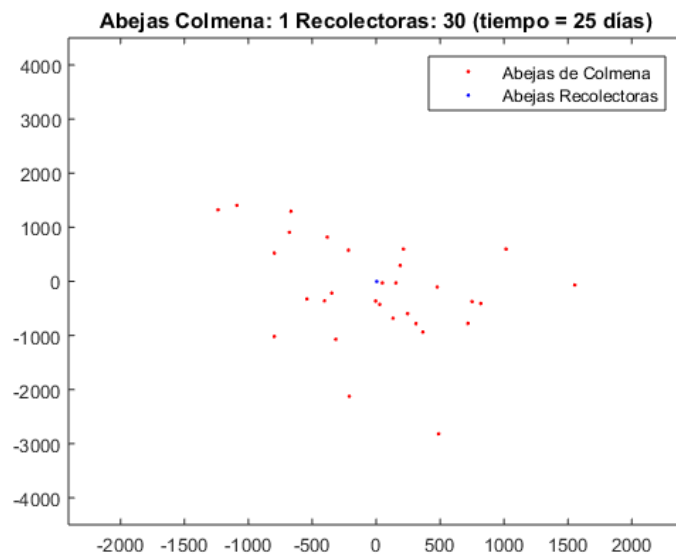


Figura 15

[\*Published with MATLAB® R2015a\*](#)

## CREACIÓN DE LA APP

En este apartado se realizó un estudio entre los alumnos del Centro para saber cuál era la herramienta digital más usada por ellos, y como resultó ser la app creamos una para la difusión del trabajo

Se realizó con Mobincube, una plataforma gratuita para crear aplicaciones, muy intuitiva.

Los diseños de las imágenes los creamos con photoshop, con dibujos libres de derechos de autor.

En la *app* “Salvemos a las abejas” se dispusieron distintos menús con lo más relevante de este trabajo. También se incorporaron vídeos, fotos, los calendarios, separa páginas y el juego de la oca creado por los alumnos, para todo aquel que quisiera descargarlos.

Una vez concluida, abrimos una cuenta en google como desarrolladores. Al principio se tuvieron algunos problemas con los anuncios maliciosos, ya que no habíamos pagado por no tener publicidad a través de mobincube, se le escribió a los asesores de la plataforma, y nos respondieron ampliando los megas hasta 60, y dejando que no pagáramos la publicidad, a lo que les estamos muy agradecidos.

## RESULTADOS

Entre los resultados más relevantes destacar que se ha podido comprobar cómo las matemáticas rigen la vida de la abeja.

Podemos establecer que ahora disponemos de dos herramientas útiles, la simulación que podemos utilizar para recrear diferentes escenarios, llegando al resultado que para mantener una colmena el mayor tiempo posible, debe desaparecer la práctica habitual entre los apicultores que consiste en estresar a la abeja reina. También, hemos obtenido, que en el momento actual en el que la temperatura de la Tierra se ha elevado y, por tanto, las abejas mantienen su actividad todo el año, teniendo una tasa de mortalidad muy elevada, la colmena tiende a morir en 22 días aproximadamente, datos inquietantes, que se están dando en la realidad.

Por otro lado, tenemos la *app*, que hoy por hoy es la herramienta que puede dar mayor difusión al problema del descenso de insectos, sus posibles soluciones y las herramientas creadas, como es la simulación.

## CONCLUSIONES

Para resumir las conclusiones se destaca que es fundamental transmitir eficazmente la información del problema ante el que se enfrenta la Humanidad.

Se ha comprobado que es una buena matemática, y siguiendo estas leyes ha sido capaz de sobrevivir durante millones de años.

Se ha podido observar que el comportamiento de las abejas está cambiando, y el número de ellas va disminuyendo con tasas de mortalidad muy altas. Gracias a la simulación creada, se han obtenido resultados que demuestran que la población de abejas tiende a morir.

También según los resultados obtenidos con la simulación la esperanza de vida de la colmena aumentaría si no se estresara a la reina, por ello se aconseja a los apicultores no utilizar esta práctica.

Teniendo en cuenta el momento tecnológico, la creación de una aplicación con fines educativos y de concienciación medioambiental urgía, la *app* “Salvemos a las abejas” está disponible gratuitamente en *Google Play*.

Entre las soluciones para salvar a las abejas: La más eficaz sería la adopción de agriculturas ecológicas para llegar a realizar una producción sostenible; un buen uso de insecticidas (en menores cantidades), prohibiendo el uso de plaguicidas tóxicos; adoptar fuentes de energía renovables como lucha contra el cambio climático; adoptar una serie de campañas a favor de los polinizadores; mejorar la conservación de hábitats aumentando la biodiversidad en zonas de cultivo, y aumentar la financiación para proyectos de investigación.

## BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA

UNEP (2010). UNEP Emerging Issues: Global Honey Bee Colony Disorder and Other Threats to Insect Pollinators. United Nations Environment Programme

Hales, T. C. "The Honeycomb Conjecture" 8 Jun 1999.

Hales, T. C. "The Honeycomb Conjecture." *Disc. Comp. Geom.* **25**, 1-22, 2001.

Hales, T. C. "The Hexagonal Honeycomb Conjecture".

Hales, T. C. "Background on the Hexagonal Honeycomb Conjecture".

Kepler, J. *L'étréenne ou la neige sexangulaire*. Translated from Latin by R. Halleux. Paris: J. Vrin éditions du CNRS, 1975.

Mackenzie, D. "Proving the Perfection of the Honeycomb." *Science* **285**, 1338-1339, 1999.

<http://www.actaf.co.cu/revistas/apiciencia/2012-1/1/1%20Cambio.pdf>

<https://www.cbd.int/doc/bioday/2007/ibd-2007-booklet-01-es.pdf>

[https://metodologiamatematicas.wikispaces.com/Exp\\_El+hex%C3%A1gono+ahorra+espacio](https://metodologiamatematicas.wikispaces.com/Exp_El+hex%C3%A1gono+ahorra+espacio)

<http://gaussianos.com/las-matematicas-y-las-abejas/> (16 enero de 2008).

<http://gaussianos.com/las-matematicas-y-las-abejas/>