

I CONGRESO IBEROAMERICANO DE DOCENTES

CONGRESO VIRTUAL DEL 26 NOVIEMBRE AL 08 DICIEMBRE DE 2018

ALGECIRAS (CÁDIZ) DEL 06 AL 08 DICIEMBRE DE 2018

Actas del Congreso Iberoamericano de Docentes

La Investigación de Diseño en el aula de
Bachillerato. Un Experimento de Enseñanza sobre
Límites de Funciones.

Andrés Pérez-Montilla

José M^a Cardeñoso

ISBN: 978-84-948417-0-5

Edita **Asociación Formación IB.**

Coordinación editorial: **Joaquín Asenjo Pérez, Óscar Macías Álvarez, Patricia Ávalo Ortega y Yoel Yucra Beisaga**

Año de edición: **2018**

Presidente del Comité Científico: **César Bernal.**

El I Congreso Iberoamericano de Docentes se ha celebrado organizado conjuntamente por la Universidad de Cádiz y la Asociación Formación IB con el apoyo del Ayuntamiento de Algeciras y la Asociación Diverciencia entre otras instituciones.

<http://congreso.formacionib.org>



red
iberoamericana
de docentes



formaciónib))

La Investigación de Diseño en el aula de Bachillerato. Un Experimento de Enseñanza sobre Límites de Funciones.

Andrés Pérez-Montilla y José M^a Cardeñoso

UCA y Hum462

andres.perezmontilla@uca.es

LA INVESTIGACIÓN DE DISEÑO

Características

La investigación basada en el diseño (IBD) es un paradigma metodológico en investigación educativa que trata de explicar cómo se produce el aprendizaje mediante el diseño, puesta en práctica y análisis, de secuencias de enseñanza sobre algún aspecto concreto del conocimiento.

Trata de superar la brecha entre las investigaciones científicas desligadas de la práctica educativa y las innovaciones realizadas de manera poco, o nada rigurosas. Asume que la investigación educativa separada de la práctica puede no tener en cuenta la influencia de los contextos sobre la naturaleza compleja de los resultados, o no identificar adecuadamente las restricciones y factores condicionantes (Godino et al., 2013, p.3).

Collins, Joseph y Bielaczyc (2004) argumentan que la IBD viene a rellenar el vacío existente de los estudios de laboratorio, los cuales intentan explicar cómo unas variables independientes influyen en el nivel de logro conseguido por los estudiantes, manteniendo constantes gran cantidad de parámetros situacionales y eliminando toda interacción social o con el contenido a aprender. De ahí la necesidad de definir paradigmas que describan y testeen el funcionamiento de las innovaciones y aporten a los modelos teóricos desde la experiencia empírica.

A continuación, damos un resumen con las ideas principales que caracterizan a la IBD siguiendo a (Molina, 2006):

- 1) Los estudios tienen lugar en contextos complejos en los que intervienen gran cantidad de factores no controlables. Por ello, es necesario recolectar gran variedad de datos para describir el proceso de aprendizaje, junto con una metodología rigurosa y validada.
- 2) El objetivo principal es la mejora del diseño de intervención a través de ciclos de preparación, puesta en práctica y análisis. Los investigadores testan hipótesis sobre una posible trayectoria de aprendizaje, en función de las

evidencias obtenidas. Esto debe conducir a un refinamiento también de los modelos teóricos existentes.

- 3) Las conclusiones y resultados deben considerarse como parciales y limitados, ya que la evaluación del diseño sólo se explica en función de la implementación y ésta varía según el contexto.

La IBD es interdependiente del diseño, de su implementación y posterior evaluación (Godino et al., 2013). Es un valor añadido para los docentes, ya que puede proporcionarles estrategias para explorar su contexto de aula, desarrollarse profesionalmente, valorar la utilidad explicativa de los marcos teóricos en la práctica y aportar al campo educativo, bien con nuevas teorías o productos orientados a la enseñanza.

Aspectos Metodológicos

La IBD tiene como fin principal el refinamiento de las secuencias de enseñanza. Sin embargo, cabe preguntarse cómo evaluar si un diseño es bueno, ya que el éxito en varios entornos, no garantiza su triunfo en otros. El auge incipiente de la IBD ha propiciado que la comunidad de investigadores tenga que desarrollar una serie de aspectos metodológicos que garanticen la calidad de la evaluación. Aunque aún existen divergencias, hay algunos estándares ampliamente aceptados. Al respecto, Collins, Joseph y Bielaczyc (2004), nos proponen unos niveles a considerar:

- *Cognitivo*: este ámbito incluye variables como el conocimiento a adquirir, habilidades, disposiciones curriculares, adquisición de estrategias metacognitivas y de aprendizaje. El investigador trata de averiguar qué saben los estudiantes antes y después de la implementación. Los cuestionarios (pre-test y pos-test) son una buena herramienta para evaluar la trayectoria, así como las entrevistas personales para detectar cambios en las creencias de los alumnos.
- *Grupo*: en este nivel debemos tener en cuenta variables relacionadas con el clima tales como la predisposición de los estudiantes, la cooperación, la asunción de riesgos y el control. Es importante conocer cómo se organiza la clase y qué relaciones interpersonales se dan en todos los sentidos. Grabar en vídeo las sesiones resulta una opción factible para conocer el entorno.
- *Recursos*: el acceso a los recursos disponibles de estudiantes, profesor o investigador debe ser evaluado previamente. ¿Están bien integrados en las actividades? Al respecto, algunas variables sistémicas como los costes o la sostenibilidad –por cuánto tiempo un diseño va a seguir teniendo validez- pueden servir como indicadores. Los instrumentos más usuales son las entrevistas y encuestas de satisfacción.
- *Institucional*: incluye las interacciones entre administraciones educativas, familias... Variables como la escalabilidad –capacidad de adaptación de un diseño a nuevos planteamientos- la facilidad de adopción dentro del currículum y la difusión –si es fácil de implementar por abanico amplio de docentes- sirven como indicadores. Para evaluar estas características, podemos recurrir a

encuestas o entrevistas donde se pregunte a los agentes implicados sobre los pros y contras del diseño.

Los Experimentos de Enseñanza

Los experimentos de enseñanza son la modalidad más extendida dentro de la IBD. Consisten en una serie de episodios de enseñanza dirigidos normalmente por un docente-investigador con el fin de comprobar unas hipótesis sobre la trayectoria de aprendizaje de un contenido específico. Cobb y Gravemeijer (citados en Molina *et al.*, 2011) distinguen tres fases: preparación, experimentación y análisis retrospectivo de los datos. Las acciones seguidas se muestran en la tabla 1.

Fases EE	
Preparación del experimento	<p>Definir el problema de investigación.</p> <p>Identificar los objetivos de cada intervención.</p> <p>Diseñar la secuencia y justificarla.</p> <p>Elección de la muestra.</p> <p>Hipotetizar sobre la trayectoria de aprendizaje y contrastar a partir de las intervenciones.</p> <p>Hipotetizar sobre los resultados por obtener, previendo las necesidades de los alumnos.</p>
Experimentación	<p>Recoger datos exhaustivamente con distintos instrumentos.</p> <p>Justificar las decisiones tomadas y los cambios convenientes.</p> <p>Contrastar con las hipótesis previas y reformularlas si fuese necesario.</p>
Análisis Retrospectivo	<p>Organizar los datos.</p> <p>Analizar todos los datos recogidos de forma conjunta.</p> <p>Avanzar respuestas a los objetivos del estudio.</p> <p>Elaborar un modelo del aprendizaje o desarrollo de los alumnos.</p> <p>Extraer conclusiones y lecciones a aprender.</p>

Tabla 1: Tabla adaptada de Molina *et al.* (2011) y Valverde (2014)

EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA SOBRE LÍMITES DE FUNCIONES

El marco teórico que sustenta nuestro experimento es el las imágenes conceptuales, propuesto por Tall y Vinner (1981), donde señalan que: *“la mayoría de las veces usamos y reconocemos cierto concepto en un contexto pero lejos de entender su significado”* (p.151). De ahí que sea necesario establecer una distinción entre el concepto matemático y los procesos por los cuales son concebidos. Para ello, definieron una estructura cognitiva denominada esquema conceptual la cual incluye todas las imágenes mentales, propiedades y procesos asociados al concepto, construidos a lo largo de los años a través de experiencias y en constante evolución ante estímulos.

Tall y Vinner pensaban que el cerebro podía fabricar gran cantidad de representaciones de un mismo concepto sin ser consciente de las incoherencias entre ellas. En consecuencia, las tareas propuestas no suponen un problema, siempre y cuando no activen al mismo tiempo representaciones contradictorias y se presente un conflicto cognitivo. Esta es la razón por la que los alumnos son capaces de realizar algoritmos, pero tienen escasa comprensión sobre el objeto, debido a que las tareas activan zonas muy parceladas y son poco exigentes.

Preparación del experimento

El problema a investigar es conocer y analizar soluciones a las dificultades inherentes de la enseñanza del límite. Proponemos los siguientes objetivos:

- Caracterizar a través de sus respuestas, las ideas que emplean los estudiantes cuando abordan tareas sobre límites.
- Identificar las ideas y estrategias que emplean los alumnos en la resolución de problemas sobre límites
- Analizar la evolución de los alumnos antes y después de la experiencia, en cuanto a una mejor comprensión del concepto de límite.

Las dificultades puestas de manifiesto por estudiantes (Juter, 2007; De la Barrera, 2013), nos permitieron hipotetizar una posible trayectoria de aprendizaje: los alumnos tienen una incorrecta e incompleta conceptualización del límite. Las ideas intuitivas predominantes se asemejan con un proceso infinito de aproximaciones sucesivas a un valor inalcanzable o no superable (cota).

Estas concepciones se identifican con el devenir histórico del objeto, generar un conflicto con las inconsistencias derivadas, llevará a la necesidad de reconstruir sus ideas.

A partir de aquí, se introducirá la versión de *Weierstrass*, la cual es muy compleja y para la que se requiere de potentes recursos didácticos.

Dado que esta definición es la base del análisis, una vez elaborada, se puede tratar el resto de tópicos asociados como los límites laterales y la unicidad, ya que son deducibles de la misma.

Experimentación

La puesta en práctica tuvo lugar en Secundaria, con un grupo de 34 alumnos de 2º B.C.-T., los cuales se dividieron en dos de 17 a los que etiquetamos como experimental y control. El primero siguió un planteamiento innovador y el segundo uno tradicional.

Durante las 8 sesiones que duró el experimento se recogieron ininidad de datos. Se realizó un pre-pos test para constatar la evolución de los alumnos. Se utilizaron entrevistas personales al final del período experimental y un diario del investigador. En

el transcurso del mismo, se constataron las dificultades conjeturadas. Además, tuvimos que negociar algunos cambios con el docente, como la eliminación de toda referencia a la definición formal de *Weierstrass* e introducir algoritmos para el cálculo de indeterminaciones.

Análisis Retrospectivo

El análisis de los datos fue de carácter cualitativo y concluimos que el diseño no había funcionado, debido principalmente a la falta de tiempo, al clima de aula y a la implicación del docente. Por otro lado, admitimos la dificultad existente para cambiar concepciones e ideas previas en los alumnos. Al respecto, la experiencia nos lleva a cuestionar qué factores influyen en este hecho, así como a buscar modelos teóricos que expliquen este fenómeno.

En segundo lugar, son muchos más los elementos que influyen en la correcta conceptualización del límite. Al respecto, en un futuro ciclo investigativo necesitamos bosquejar un esquema con todos los conceptos relacionados para abordarlos en cursos previos.

En cuanto a las ideas y estrategias detectadas en los alumnos, los resultados se resumen en la tabla 2:

Idea	Respuesta Prototípica
1. Asociar límite con imagen.	<i>Si $f(0)=0$ entonces el $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.</i>
2. El límite como aproximación cada vez mejor a un valor (infinito potencial).	<i>Si dividimos el segmento $[0,1]$ sucesivamente, al final del proceso obtendremos un intervalo delimitado por el cero y un valor muy cercano a cero ya que se puede dividir de forma infinita.</i>
3. Identificar no existencia de dominio con no existencia de límite.	<i>Como $\lim_{x \rightarrow 4^-} \sqrt{x-4} = \nexists$ ya que $\sqrt{3.99-4} = \sqrt{-0.1}$ concluimos que $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x-4} = \nexists$.</i>
4. Confundir tendencia lateral con tender a infinito.	$\lim_{x \rightarrow a^\pm} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$

Tabla 2: Pérez-Montilla (2018)

A su vez, la presentación de una misma tarea en distintos registros semióticos (algebraico, gráfico y numérico) ha evidenciado un fenómeno curioso, y es que los alumnos pueden resolverla bien o mal dependiendo de cómo se presente. Esto puede deberse al tipo de estímulo que produce.

Sería interesante ahondar en el papel que adquieren las estrategias para pasar de uno a otro.

CONCLUSIONES

La enseñanza del tópico es interdependiente de otros conceptos como las funciones, las sucesiones, la topología o el estudio del infinito potencial y actual. En este sentido, constatamos la necesidad de generar modelos que ayuden a conectar e integrar

el conocimiento necesario para construir la noción de límite. Además, como las comparativas entre grupos no difieren significativamente, ¿por qué no cambiar la orientación de la enseñanza tradicional?

El bajo nivel competencial en matemáticas es un fenómeno generalizado y se manifiesta en la dificultad para plantear problemas, formular hipótesis... Simplemente el alumno es capaz de seguir algoritmos no excesivamente complejos.

En un futuro ciclo investigativo, consideramos indispensable comenzar a trabajar mucho antes nociones como límite de sucesión o infinito. Aceptamos que el éxito del diseño se ha visto influido por el desarrollo profesional del investigador y las carencias formativas de los alumnos.

Como crítica, estamos de acuerdo con Dede (2004) en la necesidad de establecer medidas consensuadas para evaluar la calidad de un diseño. De lo contrario, corremos el riesgo de saturar las secuencias con una cantidad inasumible de “condicionantes para el éxito” que hagan que los resultados tengan poca difusión y un excesivo valor descriptivo.

Finalmente, valoramos lo aprendido, que servirá como estímulo para seguir investigando para mejorar nuestras prácticas docentes.

BIBLIOGRAFIA

Collins, A., Joseph, D. y Bielaczyc, K. (2004). Design research: theoretical and methodological issues. *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 15-42.

Dede, C. (2004). If Design-Based Research is the Answer, What is the Question? in the JLS Special Issue on Design-Based Research, *Journal of the Learning Sciences*, 13(1), 105-114.

De la Barrera, D. (2013). Experiencias docentes. Competencias en límites: esquemas conceptuales y resolución de ejercicios. *Pensamiento Matemático*, 3(1), 19-48.

Godino, J.D., Batanero, C., Contreras, Á., Estepa, A., Lacasta, E., y Wilhelmi, M.R. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño.

Juter, K. (2007). Students' Conceptions of Limits: High Achievers versus Low Achievers. *The Mathematics Enthusiast*, 4(1), 53-65.

Molina, M. (2006). Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria. Tesis doctoral. <http://funes.uniandes.edu.co/544/>

Molina, M., Castro, E., Molina, J.L., y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 29(1), 75-88.

Pérez Montilla, A. (2018). Análisis de una Innovación Docente para la Enseñanza del Límite Funcional en Bachillerato, TFM del MAES, UCA <http://hdl.handle.net/10498/20178>

Tall, D., y Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics* (12), 151-169.

Valverde, G. (2014). Experimentos de Enseñanza: una alternativa metodológica para investigar en el contexto de la formación inicial de los docentes. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 14(3). 1-20.